

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za elektrotehniko

Matej Perše

**Sledenje športnikov na osnovi
Kalmanovega filtra**

Diplomsko delo univerzitetnega študija

Mentor: prof. dr. Stanislav Kovačič

Ljubljana, september 2004

Zahvala

Najprej bi se rad zahvalil mentorju, prof. dr. Stanislavu Kovačiču, za koristne nasvete in pomoč pri izdelavi diplomske naloge.

Prav tako bi se rad zahvalil kolegom, dr. Janezu Peršu in Mateju Kristanu, katerih strokovni nasveti so mi bili v veliko pomoč pri izdelavi naloge ter mag. Goranu Vučkoviću iz Fakultete za šport za posnetke, na podlagi katerih so bili izvedeni eksperimenti.

Na koncu pa bi se rad zahvalil tudi mami, puncu Tini in vsem prijateljem, ki so verjeli vame in me podpirali.

Povzetek

Diplomska naloga je posvečena sledenju igralcev v športnih igrah z metodami računalniškega vida, s posebnim poudarkom na uporabi znanja o dinamiki njihovega gibanja.

Ocenjevanje dinamike gibanja je izvedeno z uporabo Kalmanovega filtra, s katerim lahko iz pošumljenih meritev položaja igralca ocenimo ostale parametre njegovega gibanja ter z uporabo stohastičnega modela gibanja določimo njegove prihodnje pozicije.

Izpeljava Kalmanovega filtra temelji na predpostavkah, da sta sistemski in merilni šum, ki nastopata v enačbah s katerimi opišemo dinamiko gibanja igralcev, spektralno bela, imata Gaussovo porazdelitev in sta medsebojno neodvisna. Na podlagi teh predpostavk in treh lastnosti filtra (linearnost, nepristranskost in minimalna varianca ocene) so izpeljane enačbe, ki zagotavljajo optimalno trenutno oceno dinamike gibanja igralca, prav tako pa lahko z njimi napovemo igralčeve prihodnje pozicije.

Prikazano je modeliranje translatornega gibanja igralca, za katerega je bilo ugotovljeno, da ga lahko aprosimiramo z gibanjem točkastega telesa. Na podlagi te ugotovitve so izpeljani model gibanja ter kovarinčni matriki systemskega in merilnega šuma. Prav tako so eksperimentalno določene vrednosti teh parametrov, opisan pa je tudi vpliv posameznih elementov modela na delovanje filtra.

Sledi predstavitev sistema za sledenje, ki pri svojem delovanju uporablja informacije, pridobljene s Kalmanovim filtrom. Analiza rezultatov njegovega delovanja potrjuje smiselnost uporabe znanja o dinamičnem obnašanju igralcev, s pomočjo katerega lahko občutno izboljšamo kvaliteto sledenja, kar se kaže predvsem v manjšem številu posredovanj operaterja pri sledenju.

V zaključku so, na podlagi predstavitve Kalmanovega filtra in rezultatov sledenja, podane nekatere možne smernice za nadaljnje raziskovanje na tem področju.

Abstract

The thesis focuses on the problem of tracking players in sport games using machine vision with the emphasis on employment of knowledge about players' dynamics.

Using Kalman filter all motion parameters can be estimated based on noisy measurements of players positions and future players' positions are predicted using the stochastic motion model of constant acceleration.

The derivation of Kalman filter is based on the assumption of process and measurement noise being independent (of each other), white, with normal probability distribution. On the basis of this assumptions and the three filter properties (linearity, unbiased and minimal variance of the estimate) there are filter equations presented which yield the optimal estimate of the current players' dynamics and enable the prediction of the future players' positions.

The modeling of translational player motion is presented which can be described as the motion of a single point. Based on this ascertain the motion model and covariance matrices of process and measurement noise are presented. The values of these parameters are defined on the experimental basis and the impact of individual model components on the filter functionality are discussed.

Finally, the tracking system that employs the information about players' dynamics is presented. The analysis of its performance results confirms that using knowledge of motion dynamics can improve the tracking results which results in smaller amount of operators' interactions.

At the end the future guidelines of research are discussed based on the knowledge about the Kalman filter and tracking results.

Vsebina

1. Uvod	1
1.1 Namen in cilji razpoznavanja gibanja	1
1.2 Kategorizacija metod sledenja ljudi	2
1.2.1 Inicializacija sledilnika	4
1.2.2 Sledenje	4
1.2.3 Ocenjevanje položaja telesa	6
1.2.4 Razpoznavanje človekovega obnašanja	7
1.3 Uporaba računalniškega vida na področju športa	7
1.4 Uporaba Kalmanovega filtra	9
1.5 Sestava diplomske naloge	9
2. Kalmanov filter	11
2.1 Izpeljava časovno diskretnega Kalmanovega filtra	12
2.1.1 Osnovne predpostavke	12
2.1.2 Uporabljeni simboli in njihov pomen	13
2.1.3 Splošne lastnosti filtra	14
2.2 Povzetek enačb filtra in Kalmanov cikel	18
2.3 Koncept Kalmanovega filtra	20
2.3.1 Ocenjevanje pozicije mirujočega telesa	20
2.3.2 Ocenjevanje pozicije gibajočega se telesa	24
2.4 Razširjeni Kalmanov filter (ang. Extended Kalman filter - EKF) .	26
3. Sledenje ljudi in modeliranje človeškega gibanja	29
3.1 Časovno diskretni enodimenzionalni model gibanja	30

3.1.1	Kovarianca šuma procesa	32
3.2	Model gibanja igralcev v dveh dimenzijah	37
3.3	Izhodna matrika sistema in kovarianca šuma meritve	38
3.3.1	Merjenje pozicije mirujočega igralca	40
3.3.2	Merjenje pozicije aktivnega igralca	41
3.3.3	Vpliv parametrov Kalmanovega filtra na njegovo delovanje	42
4.	Izvedba sistema za sledenje na osnovi Kalmanovega filtra in rezultati sledenja	45
4.1	Izvedba sledilnika	45
4.1.1	Segmentacija slike	46
4.1.2	Določanje pozicij posameznega igralca	48
4.1.3	Določanje trkov med igralci	49
4.1.4	Ocenjevanje in napovedovanje gibanja igralcev s Kalmanovim filtrom	49
4.2	Preizkus delovanja sistema za sledenje	50
4.2.1	Izbira posnetkov	50
4.2.2	Preizkus I: Analiza vpliva parametrov filtra na delovanje sledilnika	51
4.2.3	Preizkus II: Uspešnost filtriranja meritev s Kalmanovim filtrom	52
4.2.4	Preizkus III: Ovrednotenje natančnosti sledenja	54
4.2.5	Povzetek rezultatov preizkusov	56
5.	Zaključek	57
5.1	Smernice za nadaljnji razvoj	58
	Dodatek A	59
	Literatura	65

1. Uvod

V zadnjem desetletju se je razvilo novo področje računalniškega vida, ki se ukvarja z analizo slik ljudi. Področje, imenovano tudi opazovanje ljudi [1] (ang. looking at people), pokriva najrazličnejše nivoje analize človeškega gibanja, med drugim detekcijo in razpoznavanje obrazov [2], slednje in razpoznavanje gibanja rok [3] ter sledenje gibanja celotnega telesa [4, 5, 6, 7, 8]. Povečanje zanimanja za to področje je posledica želje po naprednih interakcijah med človekom in strojem ter poglobljenem razumevanju človekovega obnašanja.

1.1 Namen in cilji razpoznavanja gibanja

Razpoznavanje in razumevanje gibanja ima dolgo tradicijo na najrazličnejših področjih:

- v psihologiji so dobro poznane Johanssonove študije o človekovem zaznavanju [9]. Avtor ugotavlja, da lahko človek nemudoma prepozna vzorec biološkega gibanja človeka, pa čeprav je to prikazano le z nekaj premikajočimi se točkami;
- v medicini se izvajajo najrazličnejše analize značilnega obnašanja živali, kot so na primer merjenja časa in razdalj, ki ga žival prebije v določenem delu labirinta;
- na področju varnostnih in video-nadzornih sistemom nas predvsem zanima zaznavanje nenavadnega, sumljivega ali nepredvidenega obnašanja oseb [10, 11] ali razpoznavanje in ocenjevanje obnašanja množice [12];
- cilj raziskav v biomehaniki je razviti in čim bolj izpopolniti model človeškega telesa, s katerim je mogoče pojasniti njegovo mehanično obnašanje in ugotoviti, kako izboljšati učinkovitost gibanja [13];
- pri analizi igralcev v športih igrah pa želimo analizirati fizične sposobnosti posameznih igralcev, kot so na primer hitrost, s katero se gibljejo in pretečene razdalje med tekmo. V primeru moštvenih iger so še posebej

zanimive analize o sposobnostih posameznika za vključevanje in zaznavanje akcij ter analize gibanja in razporejanja moštva po igrišču [4, 6, 7].

1.2 Kategorizacija metod sledenja ljudi

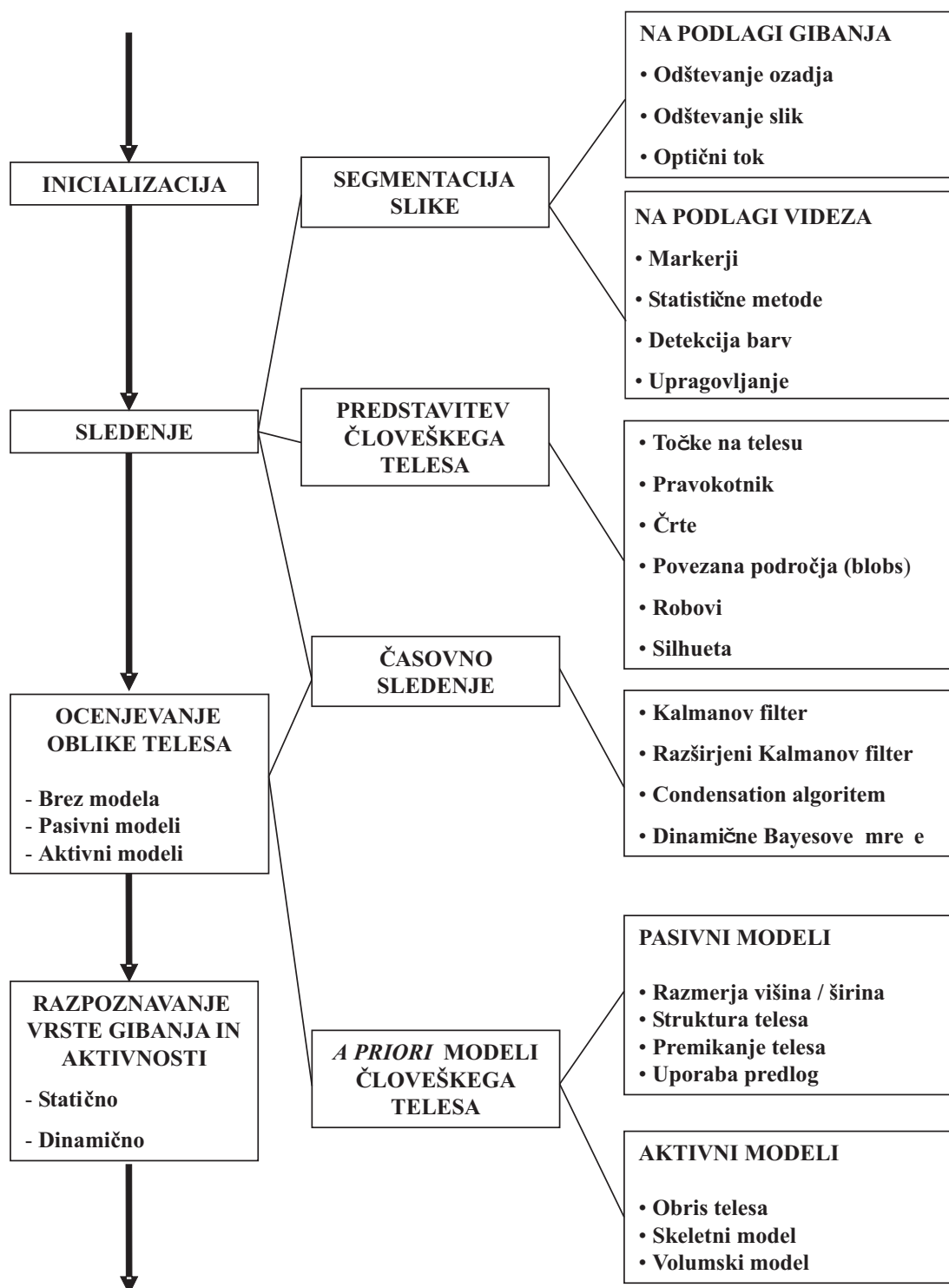
V vseh predhodno naštetih primerih se za izvajanje analiz uporabljajo sistemi za sledenje oziroma sledilniki (ang. tracker), ki jih lahko glede na problematiko področja in posledično glede na izbran pristop sledenja kategoriziramo na najrazličnejše načine:

- razsežnost prostora v katerem opazujemo objekt: 2D ali 3D prostor;
- uporabljen model gibanja: brez uporabe modela, togi, netogi, elastični in statistični modeli;
- modalnost senzorjev: vidna svetloba, infra rdeča (IR) svetloba, toplotne ali globinske slike;
- število uporabljenih kamer;
- način postavitve kamere: statične kamere, računalniško vodene kamere, kamere s povratno zanko;
- število sledenih ljudi: sledenje posameznega človeka ali sledenje množice;
- predpostavke o vrsti gibanja: togo, netogo, elastično gibanje.

Čeprav različni avtorji klasificirajo sledilnike na različne načine [1, 14, 15], je eno od boljših in bolj fleksibilnih sistematizacij sledilnikov podal Moesland [16], ki je kategoriziral sledilnike glede na to, kako načrtovalci sledilnikov časovno rešujejo posamezne probleme sledenja. Avtor je postopek sledenja razdelil v štiri faze:

- inicializacija sledilnika,
- sledenje,
- ocenjevanje drže telesa in
- razpoznavanje obnašanja.

Shematičen prikaz posameznih faz je prikazan na sliki 1.1. Ni nujno, da sledilnik vsebuje vse zgoraj našteje faze sledenja ali da ima enako zaporedje faz, saj so v večini primerov posamezne faze in njihovi rezultati medsebojno povezani.



Slika 1.1: Shematičen prikaz klasifikacije sledilnikov glede na časovno zaporedje posameznih faz, kot jo je podal Moesland [16].

1.2.1 Inicializacija sledilnika

Inicializacija sledilnika zajema številne odločitve, ki jih moramo narediti še pred samim začetkom sledenja, kot so na primer izbira števila in tipa kamer, kalibracija kamer, izdelava slike ozadja, pa tudi nekatere aktivnosti, ki so neposredno povezane s sledenjem, kot so določanje začetne postavitve človeškega telesa ter izbira modela za njegovo predstavitev.

1.2.2 Sledenje

Sledenje predstavlja osrednji in najpomembnejši del vsakega sledilnika, saj zagotavlja podatke za ocenjevanje položaja telesa in za razpoznavanje človekovega obnašanja. Lahko ga razdelimo na tri podpodročja, in sicer na segmentacijo slike, predstavitev zanimivih področij in časovno sledenje.

Segmentacija slike

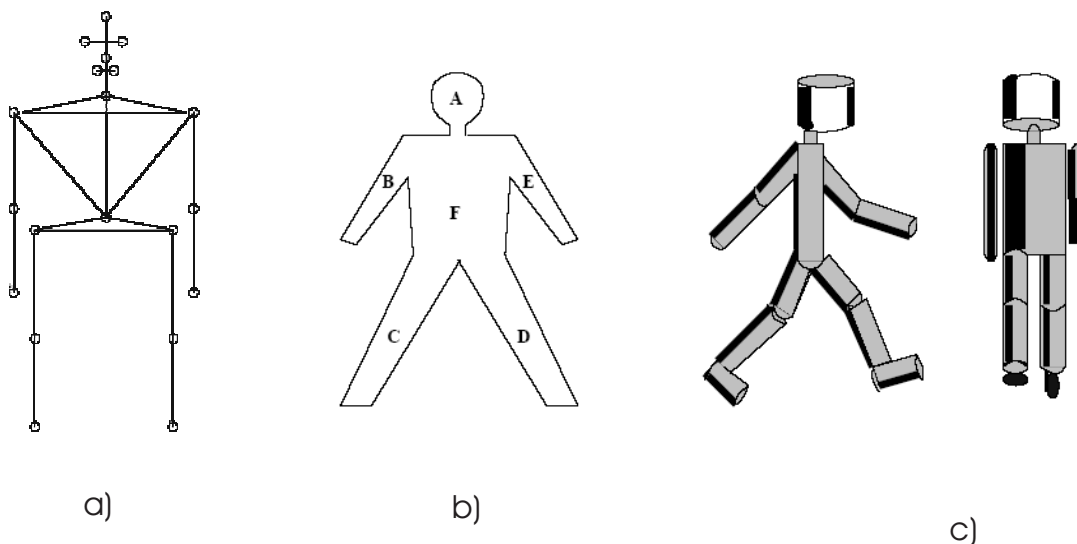
Skoraj vsak algoritem sledenja se začne s segmentacijo slike na ljudi in ozadje. Postopek segmentacije slike se lahko razlikuje glede na vrsto uporabljene modalitete kamere in glede na postavitev kamere (statična ali gibljiva). Najpogosteje uporabljena pristopa za segmentacijo slike sta: segmentacija na predpostavki o gibanju objektov in segmentacija na podlagi videza objektov.

Ideja pri metodah ki temeljijo na predpostavki o gibanju predmetov je uporaba statičnih kamer, kar pomeni, da se ozadje ne spreminja in je edina sprememba, ki se pojavi na zaporedju slik, sprememba zaradi gibanja človeka. Tako so zelo dobro poznane najrazličnejše izvedbe metod odštevanja ozadja [17, 4], odštevanja zaporednih slik [18] in metode optičnega toka [19].

V drugem primeru, ko skušamo človeka na sliki razpoznati na podlagi njegovega videza, pa se zanašamo na uporabo različne opreme (svetlobni viri ali markerji, ki so pritrjeni na telo) ali na določene človekove lastnosti, kot je na primer barva kože. Za razpoznavanje se uporabljajo statistične metode detekcije barve ali preprosto upragovljenje slike. Te metode so uporabne zgolj v primerih, ko se človek bistveno razlikuje od ozadja. Tipičen primer uporabe tehnike upragovljenja lahko zasledimo pri napovedovanju vremena na televiziji, kjer se uporablja homogeno ozadje zelo kontrastnih barv, ki se bistveno razlikujejo od barv osebe na sliki [20].

Predstavitev ljudi na sliki

Predstavitev človeka, ki jo dobimo na podlagi segmentacije slike, vsebuje ogromno količino podatkov. Da bi zmanjšali količino teh podatkov, se uporabljajo najrazličnejše tehnike za prikaz človeškega telesa. Izbira vrste prikaza telesa je neposredno povezana z izbiro modela gibanja, ki ga uporabljamo za ocenjevanje položaja telesa in razpoznavanje človekovega obnašanja. Tako lahko opišemo človeško telo s težiščem telesa [4], kot niz specifičnih točk na telesu (na primer pri uporabi markerjev), s pravokotniki, s katerimi omejimo področje, v katerem se nahaja človek [21], s povezanimi področji, ki predstavljajo človeka na sliki (ang. blobs) [20], z obris ali s silhueto človeškega telesa [22], predstavitev telesa s skeletnim modelom [23], in predstavitev celotnega ali delov telesa z uporabo kvadrov ali elipsoidov.



Slika 1.2: Tri vrste predstavitev telesa: (a) Skeletni model telesa, (b) Obrisi človeškega telesa, (c) Volumski model telesa. Ilustracije so povzete po [15].

Časovno sledenje ljudi

Časovno sledenje predstavlja iskanje skladnih objektov - ljudi na zaporednih slikah. Lahko bi rekli, da imamo opravka z usklajevanjem relacij med različnimi človekovimi značilnostmi na zaporednih slikah, kot so na primer pozicija, hitrost, barva, oblika, tekstura, itd. Pri tem naletimo na najrazličnejše probleme, ki nam otežujejo iskanje ujema lastnosti, kot so prekrivanje ljudi na sliki ali spreminjanje videza ljudi zaradi senc in sprememb svetlobe.

Pri reševanju tovrstnih problemov se pri velikem številu aplikacij avtorji poslužujejo številnih visokonivojskih informacij, kot so na primer napovedovanje bodočih položajev značilnih točk telesa ali uporaba informacij o fizičnih človeških sposobnostih. Pri napovedovanju bodočih človekovih značilnosti in pozicij se uporabljajo različna matematična orodja, kot so Kalmanov filter [24], Condensation algoritem [25] ter dinamične Bayesove mreže [26]. S temi orodji je mogoče slediti objektom tudi v primerih, ko ti niso vidni na več zaporednih slikah, uporabljajo pa se tudi za omejevanje področja, na katerem naj bi se pojavil posamezen človek na naslednji sliki, s čimer lahko občutno zmanjšamo čas procesiranja posamezne slike.

1.2.3 Ocenjevanje položaja telesa

Glavni namen modula za ocenjevanje položaja sledenega človeka (ang. pose estimation) je ugotoviti lego posameznih delov telesa na sliki. Pri tem lahko uporabimo tri različne pristope:

- detekcijo oblike teles brez uporabe modela telesa,
- detekcijo z uporabo pasivnih modelov telesa in
- detekcijo z uporabo aktivnih modelov telesa.

Ocenjevanje brez uporabe modela

V to skupino spadajo sistemi za slednje, pri katerih je ocena oblike telesa narejena brez uporabe a-priori modela telesa, vendar lahko kot rezultat te faze sledenja kljub temu dobimo predstavitev človeka z modelom.

Ocenjevanje položaja telesa z uporabo pasivnih modelov

Metode v tej skupini za predstavitev oblike telesa uporabljajo preproste modele, ki izhajajo predvsem iz dejstva, da je sistem namenjen sledenju ljudi in so v ta namen uporabljene preproste značilnosti človeka, kot so višina ali širina človeka ter položaj značilnih delov telesa, kot so glava, dlani ali stopala človeka na sliki. Velika prednost uporabe tega nizkonivojskega znanja je hitrost in relativna enostavnost obdelave podatkov, ki vseeno zagotavljajo precej natančno oceno drže človeka na sliki.

Ocenjevanje položaja telesa z uporabo aktivnih modelov

Vse metode, ki pripadajo tej skupini, uporabljajo zelo natančne modele človeškega telesa. Uporaba takšnih modelov ima tri bistvene prednosti: zelo natančen opis drže telesa, zmožnost reševanja zakrivanja določenih delov telesa in vpeljavo različnih fizikalnih omejitev v model. Za opis človeškega telesa uporabljajo tovrstni modeli poznavanje pozicij posameznih udov in sklepov, ki so medsebojno povezani na podlagi fizikalnih zakonitosti.

1.2.4 Razpoznavanje človekovega obnašanja

Glavni namen vseh prej opisanih sledilnikovih modulov je zagotavljanje podatkov o položaju človeka na sliki, na podlagi katerega skušamo v fazi razpoznavanja človekovega obnašanja klasificirati način gibanja (hoja, tek ali mirovanje) ali prepoznati vrsto giba (pozdrav, rokovanje in druge), ki jo je izvedla opazovana oseba. Metode razpoznavanja lahko, glede na čas opazovanja objekta pri klasifikaciji, razdelimo v dve skupini: na statične in dinamične.

Pri statičnih metodah skušamo na podlagi posamezne slike razpoznati vrsto gibanja ali kretnje. V tem primeru skušamo držo telesa razpoznati na podlagi primerjave trenutno zajete slike z vnaprej posnetimi predlogami (ang. template).

Pri dinamičnih metodah skušamo gibanje klasificirati na podlagi razpoznavanja časovnega aspekta gibanja. Pri tem se najpogosteje uporabljajo metode klasifikacije na podlagi analize primarnih komponent (PCA) [27] ter Bayesovih ali nevronske mreže.

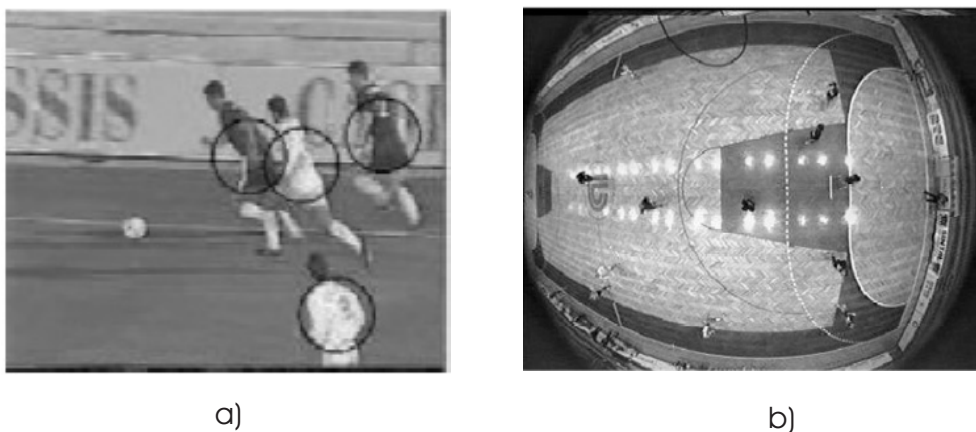
1.3 Uporaba računalniškega vida na področju športa

Zanimanje športnih strokovnjakov za iskanje zakonitosti, ki krojijo uspeh športnikov, je povzročilo pravi razmah raziskav in razvoja različnih sistemov za sledenje športnikov na podlagi računalniškega vida [4, 6, 7, 28] v skupinskih in individualnih športih. Glavni namen vseh teh sledilnikov je zagotoviti čim bolj natančno informacijo o tem, kje na igrišču se posamezni igralec nahaja na določeni sliki. Na podlagi teh informacij je mogoče izvesti različne analize gibanja igralcev, prav tako pa je mogoče analizirati taktične značilnosti, strategijo igre in pomanjkljivosti posamezne ekipe, kot so na primer pokrivanje prostora ter gibanje igralcev po igrišču [29, 30, 31].

Različni avtorji rešujejo probleme sledenja z različnimi pristopi in z uporabo različnih metod računalniškega vida. Tako na primer Jafre in Crousil [7] uporabljata televizijske posnetke tekem, kjer so igralci posneti s strani, iskanje igralcev na posamezni sliki pa je izvedeno na podlagi barvne informacije igralcev.

Lociranje igralcev je izvedeno z iskanjem značilnih točk v okolici igralca, kot so na primer črte igrišča, sredina igrišča, reklamni panoji in podobno. Ker so posnetki narejeni s premikajočo kamero, pri kateri se zorni kot neprestano spreminja, je mogoče s temi metodami določati le pozicije igralcev, ki so na sliki in to le v primerih ko se gibljejo na področjih, kjer obstajajo določene značilne točke.

Veliko bolj uporaben pristop sledenja igralcev sta predlagala Perš in Kovačič [5, 32, 33], ki za sledenje igralcev uporabljata eno ali več kamer, pritrjenih na strop dvorane. Na ta način je mogoče istočasno slediti vsem igralcem na igrišču, ob uporabi kalibracije kamer pa je mogoče zelo natančno določiti tudi pozicijo posameznega igralca.



Slika 1.3: Sledenje igralcev v ekipnih športih: (a) Kamera postavljena s strani sledi akciji na igrišču, pri tem pa ne pokriva vseh igralcev na igralni površini. Slika je povzeta po [7]. (b) Kamera postavljena pod stropom dvorane. Statična kamera pokriva vse igralce na polovici igrišča, vendar pa je zato velikost posameznega igralca manjša. Slika je povzeta po [5].

Problem takšne postavitve kamer je relativno majhno področje, ki ga posamezni igralec zavzame na igrišču, prav tako pa se pojavijo tudi problemi z ločevanjem igralcev, ki so iz ptičje perspektive precej podobni. Zaradi težnje po obdelovanju posnetkov v realnem času, kar pomeni, da morajo biti uporabljene čim enostavnejše metode segmentacije slike (običajno metoda odštevanja ozadja ali odštevanja zaporednih slik), in že navedenih težav zaradi postavitve kamer, ki otežujejo uporabo metod sledenja igralcev na podlagi vizualne informacije, prihaja med igro do pogostih posredovanj operaterja zaradi izgube ali zamenjave posameznih igralcev.

Namen tega dela je raziskati, ali je mogoče z vpeljavo znanja o dinamiki gibanja igralcev izboljšati kvaliteto avtomatskega sledenja in na ta način zmanjšati število posredovanj operaterja, ki so potrebna zaradi izgube igralcev.

1.4 Uporaba Kalmanovega filtra

Številni avtorji [8, 21] se za izboljšanje rezultatov sledenja poslužujejo uporabe znanja o dinamičnem obnašanju ljudi, ki ga je mogoče pridobiti z uporabo metod časovnega sledenja, predstavljenih v poglavju 1.3, med katere spada tudi določanje dinamike gibanja z uporabo Kalmanovega filtra [24]. S Kalmanovim filtrom je mogoče iz pošumljenih preteklih pozicij igralcev izluščiti znanje o njihovem gibanju in na ta način na podlagi trenutne ocene dinamike igralca napovedati prihodnje pozicije igralcev. Prav tako se Kalmanov filter uspešno uporablja za napovedovanje in razreševanje trkov in dotikov med ljudmi, kjer prihaja do popolnega ali delnega prekrivanja sledenih ljudi [21] ali delov njihovih teles [22].

1.5 Sestava diplomske naloge

Diplomska naloga je razdeljena v štiri sklope. V naslednjem (drugem) poglavju je podana izpeljava diskretnega Kalmanovega filtra in na primeru prikazan koncept njegovega delovanja. V tretjem poglavju je predstavljena problematika modeliranja gibanja ljudi in podana izpeljava modela človeškega gibanja, s posebnim poudarkom na pravilnem določanju parametrov modela. Sledi predstavitev sistema za sledenje, ki temelji na uporabi znanja o dinamiki gibanja igralcev ter predstavitev rezultatov sledenja za primer sledenja igralcev v igri squash. V zadnjem, petem poglavju, so predstavljene ugotovitve ter podane možne smernice za nadaljnje delo.

2. Kalmanov filter

Leta 1960 je R.E. Kalman objavil temeljni članek, v katerem je opisal rekurzivno rešitev linearnega filtriranja časovno diskretnih signalov [34]. Od takrat je, predvsem zaradi napredka računalniške tehnologije, Kalmanov filter postal tema številnih raziskav in aplikacij. Posebno veliko primerov uporabe lahko najdemo na področju radarske, letalske in vesoljske tehnike [35, 36]. V zadnjem času lahko zasledimo vedno več primerov uporabe tega filtra tudi pri sledenju objektov s pomočjo računalniškega vida za vodenje robotov [37], upravljane avtomobilov [38, 39] in sledenje ljudi [8, 21].

Na vprašanje, kaj je Kalmanov filter, bi lahko odgovorili na dva načina:

- *S teoretičnega stališča* je Kalmanov filter rešitev *linearnega srednjek-vadratičnega Gaussovega problema*, pri čemer gre za optimalno ocenjevanje trenutnega stanja linearnega dinamičnega sistema, motenega z Gaussovimi belimi šumi, na podlagi meritev, ki so linearno povezane s stanji in so prav tako motene z belimi šumi.
- *S praktičnega vidika* je Kalmanov filter gotovo eno največjih odkritij na področju teorije sistemov. Najpogosteje se uporablja na področju vodenja kompleksnih dinamičnih sistemov, kot so na primer zvezni proizvodni procesi, letala, ladje in vesoljska plovila. Za vse te procese je značilno, da pogosto ni mogoče neposredno izmeriti vseh spremenljivk stanja, ki jih želimo voditi, vendar pa se da s Kalmanovim filtrom informacije o teh stanjih pridobiti z uporabo znanja o sistemu in z meritvami (tudi pošumljenimi), ki so nam na voljo. Prav tako lahko Kalmanov filter, ob oblikovanju in uporabi ustreznega dinamičnega modela, uporabimo za napovedovanje vsakdanjih, manj predvidljivih dogodkov, kot so na primer poplave, trajektorije nebesnih teles ali pa cene nepremičnin.

2.1 Izpeljava časovno diskretnega Kalmanovega filtra

Kalmanov filter [34] obravnava splošen problem optimalnega ocenjevanja n - dimenzionalnega vektorja stanj $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ časovno diskretnega stohastičnega sistema, na podlagi meritev $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$, za katere predpostavimo, da so motene z Gaussovim belim šumom.

Dinamični sistem lahko opišemo z linearno stohastično diferenčno enačbo prehajanja stanj

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k, \quad (2.1)$$

ki opisuje soodvisnosti med stanji v dveh zaporednih časovnih trenutkih in z izhodno enačbo

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (2.2)$$

ki podaja vpliv stanj na merjene izhode. Na splošno namreč velja, da vse komponente vektorja stanj navzven niso merljive, vendar lahko tudi te komponente ocenimo na podlagi poznavanja dinamičnih lastnosti sistema.

2.1.1 Osnovne predpostavke

Da z uporabo Kalmanovega filtra pridemo do optimalne rešitve, morajo biti izpolnjeni določeni pogoji. Uporabimo ga lahko tudi tedaj, ko ti pogoji niso v celoti izpolnjeni, vendar pa v tem primeru dobljeni rezultati niso več optimalni.

Prva predpostavka je, da sta sistemska matrika \mathbf{A}_k in izhodna matrika \mathbf{H}_k poznani in se v splošnem lahko od trenutka do trenutka spreminjata, kar označuje indeks k . V zgornjih dveh enačbah nastopata tudi n - dimenzionalni vektor šuma procesa \mathbf{w}_k in m - dimenzionalni vektor šuma meritve \mathbf{v}_k , za katera predpostavimo, da sta medsebojno neodvisna, normalno porazdeljena, spektralno bela, imata srednjo vrednost enako nič in sta njuni kovariančni matriki \mathbf{Q}_k in \mathbf{R}_k . Matematično te pogoje zapišemo v naslednji obliki:

$$E[\mathbf{w}_k] = \mathbf{0}, \quad (2.3)$$

$$E[\mathbf{v}_k] = \mathbf{0}, \quad (2.4)$$

$$E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_i^T] = \begin{cases} \mathbf{Q}_k & \text{za } i = k \\ \mathbf{0} & \text{za } i \neq k \end{cases}, \quad (2.5)$$

$$E [\mathbf{v}_k \mathbf{v}_i^T] = \begin{cases} \mathbf{R}_k & \text{za } i = k \\ 0 & \text{za } i \neq k \end{cases}, \quad (2.6)$$

$$E [\mathbf{w}_k \mathbf{v}_i^T] = 0 \quad \text{za } \forall i, k. \quad (2.7)$$

2.1.2 Uporabljeni simboli in njihov pomen

Preden nadaljujemo z izpeljavo Kalmanovega filtra, podajmo še pregled oznak, ki bodo uporabljene v nadaljevanju.

Tabela 2.1: Sistem simbolov

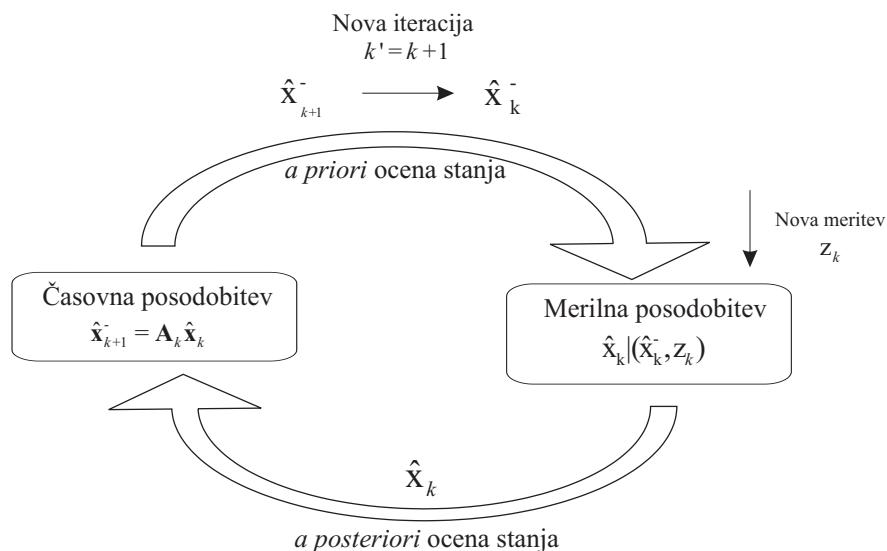
Simbol	Definicija	Dimenzija	Opomba
\mathbf{x}_k	vektor stanj (ob času k)	$n \times 1$	$n \geq 1$
\mathbf{A}_k	matrika prehajanja stanj	$n \times n$	
\mathbf{G}_k	matrika sistemskega šuma	$n \times p$	$1 \leq p \leq n$
\mathbf{w}_k	sistemski šum	$p \times 1$	
\mathbf{Q}_k	kovariančna matrika sist. šuma	$p \times p$	
\mathbf{z}_k	vektor meritev	$q \times 1$	$1 \leq q \leq n$
\mathbf{H}_k	izhodna matrika	$q \times n$	
\mathbf{R}_k	kovariančna matrika merilnega šuma	$q \times q$	
\mathbf{v}_k	merilni šum	$q \times 1$	
$\hat{\mathbf{x}}_k^-$	<i>a priori</i> ocena vektorja stanj	$n \times 1$	\mathbf{z}_k še ni znan
$\hat{\mathbf{x}}_k$	<i>a posteriori</i> ocena vektorja stanj	$n \times 1$	\mathbf{z}_k je znan
$\hat{\mathbf{e}}_k^-$	napaka <i>a priori</i> ocene	$n \times 1$	
$\hat{\mathbf{e}}_k$	napaka <i>a posteriori</i> ocene	$n \times 1$	

Kot je razvidno iz tabele, imamo dve različni oceni dejanskega vektorja stanj \mathbf{x}_k . Prva je *a posteriori* ocena, ki jo označimo z $\hat{\mathbf{x}}_k$. Ta spremenljivka podaja optimalno oceno vektorja stanj ob času t_k , določena pa je na podlagi predhodne napovedi stanja za čas t_k in meritve ob tem času.

Druga ocena je *a priori* ocena stanj, imenovana tudi *predikcija stanj*. Označimo jo z $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-$ in predstavlja napoved vektorja stanj sistema v naslednji iteraciji. Izračunamo jo s pomočjo enačbe prehajanja stanj in najboljše ocene stanja sistema (*a posteriori* ocene) v trenutku t_k .

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = \mathbf{A}_k \cdot \hat{\mathbf{x}}_k \quad (2.8)$$

Povezave med ocenama stanja sistema ponazarja slika 2.1. Nova iteracija se začne z novo meritvijo ob času t_{k+1} . V rekurzivnem ciklu (slika 2.1) se prikaže, kot sprememba indeksa pri označevanju spremenljivk.



Slika 2.1: Povezave med ocenama stanja sistema

2.1.3 Splošne lastnosti filtra

Izpeljava Kalmanovega filtra temelji na treh lastnostih in sicer:

- a) linearnosti,
- b) nepristranskosti in
- c) minimalni varianci ocene.

Te tri lastnosti filtra nam bodo služile v nadaljevanju pri njegovi izpeljavi.

Linearnost filtra

Vzemimo, da imamo na podlagi predhodnega cikla že podano najboljšo *a priori* oceno vektorja stanj $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ ob času t_k in opravimo meritev \mathbf{z}_k . Kako izračunamo optimalno oceno bomo podali v nadaljevanju, zato na tem mestu privzemimo, da je znana. Vprašanje, ki si ga zastavimo sedaj je, kako na optimalen način združiti ti dve informaciji v novo, boljšo oceno vektorja stanj sistema.

Ker je Kalmanov filter linearen, uporabimo naslednjo kombinacijo:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{L}_k \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \mathbf{z}_k, \quad (2.9)$$

kjer sta \mathbf{L}_k in \mathbf{K}_k matriki ustreznih dimenzij.

Nepriustranskost filtra

Nepriustranskost filtra pomeni, da je srednja vrednost ocene stanja, ki je pridobljena s filtrom, enaka njeni pravi vrednosti. Povedano drugače, če želimo, da bo ocena nepristranska, mora biti srednja vrednost napake med oceno in dejansko vrednostjo enaka nič.

V ta namen definirajmo vektor napake *a posteriori* ocene stanja

$$\hat{\mathbf{e}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k \quad (2.10)$$

in vektor napake *predikcije* - *a priori* ocene vektorja stanj

$$\hat{\mathbf{e}}_k^- = \hat{\mathbf{x}}_k^- - \mathbf{x}_k. \quad (2.11)$$

Glede na predpostavko o linearnosti filtra (enačba 2.9), lahko enačbo (2.10) preuredimo v

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{e}}_k &= \hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k = \mathbf{L}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{K}_k \mathbf{z}_k - \mathbf{x}_k \\ &= \mathbf{L}_k (\mathbf{x}_k + \hat{\mathbf{e}}_k^-) + \mathbf{K}_k \mathbf{z}_k - \mathbf{x}_k. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Ob upoštevanju enačbe (2.2) lahko zgornjo enačbo zapišemo v naslednji obliki:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{e}}_k &= \mathbf{L}_k (\mathbf{x}_k + \hat{\mathbf{e}}_k^-) + \mathbf{K}_k (\mathbf{H}_k \mathbf{x}_k - \mathbf{v}_k) - \mathbf{x}_k \\ &= \mathbf{L}_k \hat{\mathbf{e}}_k^- + (\mathbf{L}_k + \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k - \mathbf{I}) \mathbf{x}_k + \mathbf{K}_k \mathbf{v}_k, \end{aligned} \quad (2.13)$$

kjer oznaka \mathbf{I} pomeni enotsko matriko dimenzije $n \times n$. Ob upoštevanju predpostavke o nepristranskosti obeh ocen in dejstvu, da je srednja vrednost merilnega šuma enaka nič

$$E[\hat{\mathbf{e}}_k] = \mathbf{L}_k E[\hat{\mathbf{e}}_k^-] + (\mathbf{L}_k + \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k - \mathbf{I}) E[\mathbf{x}_k] + \mathbf{K}_k E[\mathbf{v}_k] = 0, \quad (2.14)$$

lahko zaključimo, da bo ocena nepristranska le v primeru, ko bosta matriki \mathbf{L}_k in \mathbf{K}_k izbrani tako, da velja:

$$\mathbf{L}_k + \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k - \mathbf{I} = 0$$

oziroma

$$\mathbf{L}_k = \mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k. \quad (2.15)$$

Končno lahko zapišemo enačbo posodabljanja optimalne *a posteriori* ocene stanja na podlagi optimalne *a priori* ocene in meritve ob času t_k kot

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \mathbf{z}_k \\ &= \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Napaka *a posteriori* ocene v odvisnosti od napake *a priori* ocene pa je podana kot:

$$\hat{\mathbf{e}}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \hat{\mathbf{e}}_k^- + \mathbf{K}_k \mathbf{v}_k. \quad (2.17)$$

Minimalna varianca filtra

Za sklenitev rekurzivnega Kalmanovega cikla si pogledjmo še vpliv časa na napako ocene. Kalmanova matrika ojačenja \mathbf{K}_k je v vsakem časovnem trenutku t_k izbrana tako, da je varianca vektorja napake ocene minimalna. Da bi to dokazali, najprej definirajmo kovariančno matriko napake predikcije (*a priori*) ocene

$$\mathbf{P}_k^- = E(\hat{\mathbf{e}}_k^- \cdot \hat{\mathbf{e}}_k^{-T}) \quad (2.18)$$

in kovariančno matriko napake *a posteriori* ocene

$$\mathbf{P}_k = E(\hat{\mathbf{e}}_k \cdot \hat{\mathbf{e}}_k^T). \quad (2.19)$$

Zaradi rekurzivne narave Kalmanovega filtra bomo v nadaljevanju kovariančno matriko napake *a posteriori* ocene izrazili v odvisnosti od napake *a priori* ocene. V ta namen uporabimo enačbo (2.17):

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_k &= E[(\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \hat{\mathbf{e}}_k^- + \mathbf{K}_k \mathbf{v}_k][(\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \hat{\mathbf{e}}_k^- + \mathbf{K}_k \mathbf{v}_k^T] \\ &= E[(\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \hat{\mathbf{e}}_k^- \hat{\mathbf{e}}_k^{-T} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T \mathbf{K}_k^T] \\ &\quad + E[(\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \hat{\mathbf{e}}_k^- \mathbf{v}_k^T \mathbf{K}_k^T + \mathbf{K}_k \mathbf{v}_k \hat{\mathbf{e}}_k^{-T} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T]. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Da bi poenostavili zgornjo enačbo, si najprej oglejmo pričakovane vrednosti produktov spremenljivk, ki nastopajo na desni strani. Napaka *a priori* ocene stanja $\hat{\mathbf{e}}_k^-$ je odvisna le od podatkov do trenutka t_{k-1} , med tem ko spremenljivka \mathbf{v}_k označuje napako meritve ob času t_k . Iz predpostavke o nekoreliranosti šuma procesa in šuma meritve (enačba 2.7), lahko zaključimo, da bosta pričakovani vrednosti produktov $\hat{\mathbf{e}}_k^- \mathbf{v}_k^T$ in $\mathbf{v}_k \hat{\mathbf{e}}_k^{-T}$ enaki nič. Od tod sledi, da bosta zadnja člena zgornje enačbe enaka nič. Ob upoštevanju definicije kovariance šuma meritve (2.6), lahko kovarianco napake *a posteriori* ocene v odvisnosti od kovariance napake *a priori* ocene zapišemo kot:

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_k \mathbf{K}_k^T. \quad (2.21)$$

Kriterij minimalne variance zahteva, da so variance posameznih komponent vektorja $\hat{\mathbf{e}}_k$ minimalne. Ker so variance nenegativne vrednosti, je za zadostitev zgornjega kriterija dovolj, da izberemo Kalmanovo ojačenje \mathbf{K}_k tako, da bo vsota varianc minimalna.

Variance posameznih elementov vektorja $\hat{\mathbf{e}}_k$ predstavljajo elementi, ki ležijo na glavni diagonali kovariančne matrike ocene stanja \mathbf{P}_k . To pomeni, da moramo v postopku iskanja optimalne matrike Kalmanovega ojačenja \mathbf{K}_k minimizirati sled (ang. trace) kovariančne matrike \mathbf{P}_k . Kalmanovo matriko ojačenja, ki minimizira sled matrike \mathbf{P}_k , lahko tako zapišemo v naslednji obliki (glej Dodatek A):

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (2.22)$$

in iz tega izhajajočo minimizirano kovariančno matriko napake *a posteriori* ocene:

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^-. \quad (2.23)$$

Ob tem velja opozoriti, da izračunana *a posteriori* napaka (enačba 2.23) velja le v primeru, ko je Kalmanovo ojačenje podano po enačbi (2.22). Slednja opisuje odvisnost med kovariančno matriko *a priori* napake in Kalmanovim ojačenjem. Kot je razvidno, je matrika \mathbf{K}_k odvisna le od statistike šuma procesa \mathbf{w}_k in šuma meritve \mathbf{v}_k , ne pa tudi od meritev samih. Tako nam ostane, da poiščemo še način za rekurziven izračun kovariančne matrike napake *a priori* ocene \mathbf{P}_k^- .

Kovarianca napake *a priori* ocene stanja

Na podlagi enačbe prehajanja stanja (2.1) in najboljše ocene stanja $\hat{\mathbf{x}}_k$ ob času t_k , lahko določimo najboljšo oceno stanja ob času t_{k+1} , ki jo imenujemo *a priori* ocena stanja, kot:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{x}}_k \quad (2.24)$$

in napako te ocene kot

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{e}}_{k+1}^- &= \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- - \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k(\hat{\mathbf{e}}_k + \mathbf{x}_k) - \mathbf{x}_{k+1} \\ &= \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{e}}_k + \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{e}}_k - \mathbf{w}_k. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Tako lahko dobimo kovariančno matriko napake te ocene

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k+1}^- &= E[\hat{\mathbf{e}}_{k+1}^- \cdot \hat{\mathbf{e}}_{k+1}^{-T}] = E[(\mathbf{A}_k \hat{\mathbf{e}}_k - \mathbf{w}_k)(\mathbf{A}_k \hat{\mathbf{e}}_k - \mathbf{w}_k)^T] \\ &= \mathbf{A}_k E[\hat{\mathbf{e}}_k \hat{\mathbf{e}}_k^T] \mathbf{A}_k^T + E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T] - \mathbf{A}_k E[\hat{\mathbf{e}}_k \mathbf{w}_k^T] - E[\mathbf{w}_k \hat{\mathbf{e}}_k^T] \mathbf{A}_k^T \\ &= \mathbf{A}_k \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k^T + \mathbf{Q}_k. \end{aligned} \quad (2.26)$$

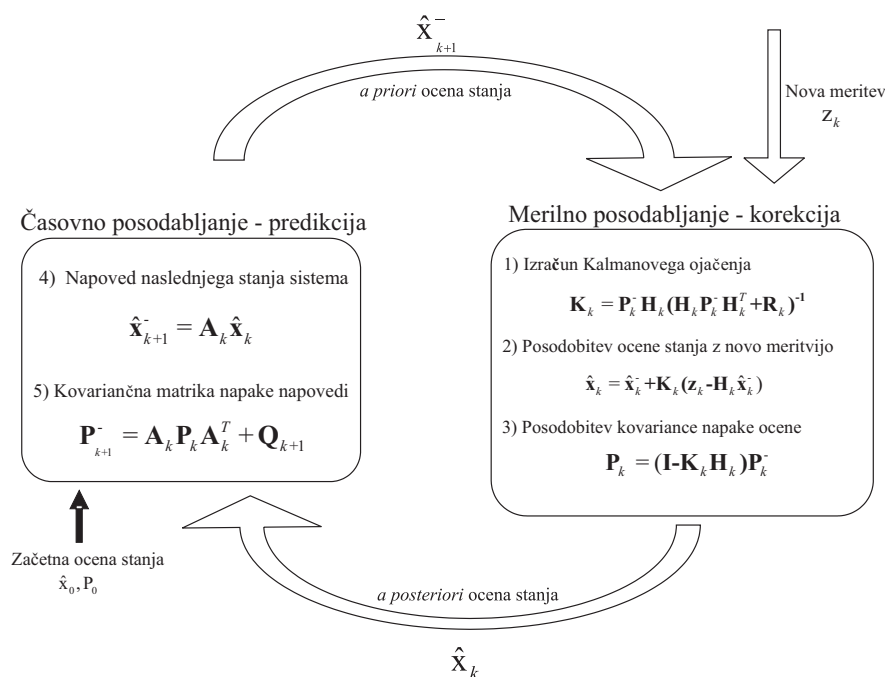
V zadnjem koraku zgornje enačbe smo upoštevali predpostavko, da sta spremenljivki $\hat{\mathbf{e}}_k$ in \mathbf{w}_k medsebojno nekorelirani in je zato pričakovana vrednost njenega produkta $E[\hat{\mathbf{e}}_k \mathbf{w}_k]$ enaka nič. Da je to res, lahko utemeljimo s tem, da predstavlja $\hat{\mathbf{e}}_k$ napako, ki smo jo naredili pri oceni vektorja \mathbf{x}_k ob času t_k , med tem ko vpliva šum procesa \mathbf{w}_k šele na oceno meritve ob času t_{k+1} .

Zadnja enačba nam omogoča rekurziven izračun kovariance napake napovedane - *a priori* ocene stanja in nam tako zaokrožuje nabor enačb potrebnih za rekurzivni izračun Kalmanovega ojačenja \mathbf{K}_k . S tem nam omogoča tudi rekurzivno procesiranje meritev \mathbf{z}_k , na podlagi katerih lahko v vsakem ciklu izračunamo optimalno oceno $\hat{\mathbf{x}}_k$ vektorja stanj \mathbf{x}_k na način, ki je linearen, nepristranski in nam zagotavlja minimalno varianco dobljene ocene.

2.2 Povzetek enačb filtra in Kalmanov cikel

Slika 2.2 prikazuje Kalmanov cikel z vsemi predhodno izpeljanimi enačbami, ki zagotavljajo optimalno in nepristransko oceno stanja sistema.

Kot vidimo iz slike 2.2, lahko enačbe Kalmanovega filtra razdelimo v dve skupini, in sicer v enačbe, ki zagotavljajo *časovno posodabljanje* ocene stanja sistema in enačbe, ki skrbijo za *merilno posodabljanje* ocene sistema. S pomočjo enačb časovnega osveževanja lahko projiciramo naprej (po času) trenutno najboljšo oceno stanja in njeno kovariančno matriko in tako dobimo *a priori* oceno stanja za naslednji časovni korak. Enačbe merilnega osveževanja nam omogočajo povratno informacijo, kar pomeni, da lahko z njihovo pomočjo



Slika 2.2: Shema Kalmanovega cikla

na optimalen način vključimo novo meritev (ob času t_{k+1}) v *a priori* oceno in tako dobimo izboljšano oceno trenutnega stanja, imenovano *a posteriori* ocena.

Enačbe časovnega posodabljanja lahko razumemo tudi kot *prediktorske* enačbe, saj z njihovo pomočjo napovedujemo stanja sistema za določene trenutke v prihodnosti. Enačbe merilnega posodabljanja pa lahko označimo kot *korektorske* enačbe, saj z njihovo pomočjo na podlagi najnovejše meritve popravimo napoved stanja, ki smo jo naredili v prejšnjem koraku. Tako lahko govorimo o *prediktorsko - korektorskem* značaju delovanja Kalmanovega algoritma.

Na koncu poglavja si še enkrat oglejmo sliko 2.2 ter povejmo še nekaj o inicializaciji in delovanju filtra.

Inicializacija filtra: Kot je razvidno iz slike, moramo ob inicializaciji filtra podati začetno oceno stanja sistema in začetno kovariančno matriko te ocene. Pri tem začetna ocena vektorja stanj sistema ni bistvenega pomena (lahko ga postavimo na nič), saj v nekaj iteracijah skonvergira k pravi vrednosti. Prav tako ni bistvenega pomena izbira začetne kovariančne matrike ocene vektorja stanj, paziti moramo le, da je ta postavljena na dovolj veliko vrednost in tako prva ocena stanja sistema ne vpliva bistveno na vse nadaljnje ocene.

Kalmanov cikel: Med normalnim sekvenčnim delovanjem filtra s pomočjo vsake nove meritve \mathbf{z}_k ob času t_k na podlagi Kalmanove ojačevalne matrike \mathbf{K}_k izboljšamo dotedanjo najboljšo oceno, imenovano *a priori* oceno stanj $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ (enačba 2). Novo najboljšo oceno stanj (*a posteriori* oceno) $\hat{\mathbf{x}}_k$ s pomočjo matrike prehajanja stanj \mathbf{A}_k projiciramo naprej v času (korak 5 na sliki 2.2). Tako nam služi kot najboljša - *a priori* ocena stanja v naslednji iteraciji. Naslednja iteracija se začne z novo meritvijo ob času t_{k+1} .

Potrebno je še poudariti, da Kalmanova matrika ojačenja ni odvisna od meritve \mathbf{z}_k . Vidimo lahko celo, da koraki (1),(3) in (5) na sliki 2.2 niso odvisni od preostalih dveh korakov in so odvisni zgolj od začetne izbire matrike \mathbf{P}_0 in kovariančnih matrik šuma sistema \mathbf{Q}_k in šuma meritve \mathbf{R}_k . Njuno formulacijo in učinek na delovanje filtra pa si bomo ogledali v podpoglavju 3.1.1.

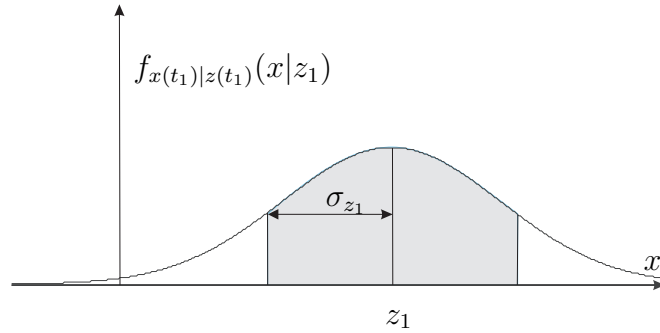
Meritve same vstopajo v enačbe filtra preko izraza $(\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-)$, ki ga imenujemo tudi *merilna inovacija* in je uporabljen za izboljšanje ocene stanj sistema.

2.3 Koncept Kalmanovega filtra

Za boljše razumevanje delovanja Kalmanovega filtra si najprej pogledimo ilustrativen enodimenzionalni primer, ki je povzet po [40]. Za model procesa smo izbrali sistem z eno samo spremenljivko stanja - položajem x , ki ponazarja položaj predmeta v enodimenzionalnem prostoru. S tem primerom je pojasnjen problem ocenjevanja konstantne vrednosti stanja ter problem ocenjevanja vrednosti stanja dinamičnega procesa, katerega vrednosti se spreminjajo.

2.3.1 Ocenjevanje pozicije mirujočega telesa

Predpostavimo, da smo sredi noči, skupaj s prijateljem, izgubljeni na morju in ne poznamo natančno svoje pozicije x . Ob času t_1 , s pomočjo opazovanja zvezd na nebu, izvedemo meritev z_1 . Vendar vsebuje ta meritev zaradi napake inštrumenta s katerim merimo, človeške napake in nekaterih naključnih dogodkov (na primer zibanja barke), neko negotovost - šum. Ko določimo standardno deviacijo napake meritve σ_{z_1} lahko, na podlagi meritve z_1 , ob predpostavki, da se merilni šum porazdeljuje normalno, določimo pogojno verjetnost, da se ob času t_1 nahajamo na poziciji $x(t_1)$. Slika 2.3 prikazuje verjetnost, da se nahajamo v določeni okolici meritve z_1 . Tako lahko rečemo, da je verjetnost da smo v območju $\pm\sigma_{z_1}$ okoli izmerjene meritve z_1 (sivo območje), ob predpostavki, da je šum Gaussov enaka 68%.



Slika 2.3: Gostota pogojne verjetnosti pozicije x na podlagi meritve z_1 .

Na podlagi pogojne verjetnosti $f_{x(t_1)|z(t_1)}(x|z_1)$ lahko določimo najboljšo oceno naše pozicije kot

$$\hat{x}(t_1) = z_1, \quad (2.27)$$

varianco napake te ocene pa kot

$$\sigma_x^2(t_1) = \sigma_{z_1}^2. \quad (2.28)$$

Ob približno istem času $t_2 \cong t_1$ (pozicija ladje se ne spremeni), izmeri pozicijo tudi vaš prijatelj, ki je izurjen v navigaciji. Ker ima več izkušenj z merjenjem kot vi, predpostavimo da bo varianca njegove meritve σ_{z_2} manjša od vaše. Slika 2.4 prikazuje pogojno gostoto verjetnosti, podano samo na podlagi meritve z_2 . Vidimo, da je v tem primeru krivulja veliko ožja zaradi manjše variance σ_{z_2} . To pomeni, da smo v tem primeru veliko bolj gotovi, da je izmerjena meritev z_2 tudi naša dejanska pozicija.

Tako imamo sedaj dve meritvi pozicije in postavi se vprašanje ali bi bilo mogoče nekako združiti ti dve meritvi in dobiti še boljšo oceno dejanske pozicije. Pričakujemo, da sta obe meritvi dejanski meritvi pozicije, zato je

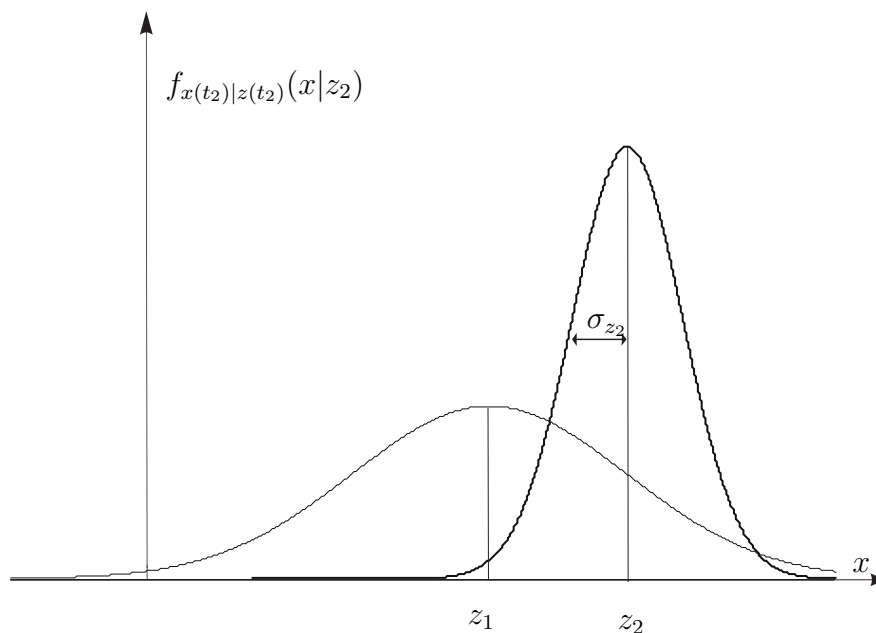
$$E[x - z_1] = 0 \quad \text{in} \quad E[x - z_2] = 0, \quad (2.29)$$

njuni varianci pa

$$E[(x - z_1)^2] = \sigma_1^2 \quad \text{in} \quad E[(x - z_2)^2] = \sigma_2^2. \quad (2.30)$$

Ker sta meritvi nekorelirani, velja tudi

$$E[(x - z_1)(x - z_2)] = 0. \quad (2.31)$$



Slika 2.4: Pogojna gostota verjetnosti pozicije x na podlagi meritve z_2

Sedaj poskušamo določiti novo, izboljšano oceno x , ki bo temeljila na dosedanjih ocenah

$$\hat{x} = (1 - M)z_1 + Mz_2. \quad (2.32)$$

Poiskati moramo koeficient M , pri katerem bo varianca nove ocene σ minimalna. Definirajmo varianco nove ocene kot

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E[(x - \hat{x})^2] = \\ &= E[((1 - M)(x - z_1) + M(x - z_2))^2] \\ &= (1 - M)^2\sigma_1^2 + M\sigma_2^2 \quad (\text{ker velja enačba 2.31}). \end{aligned} \quad (2.33)$$

Če poiščemo odvod po parametru M , dobimo:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial M} = -2(1 - M)\sigma_1 + 2M\sigma_2 = 0. \quad (2.34)$$

Končno dobimo, da je optimalna vrednost parametra M enaka

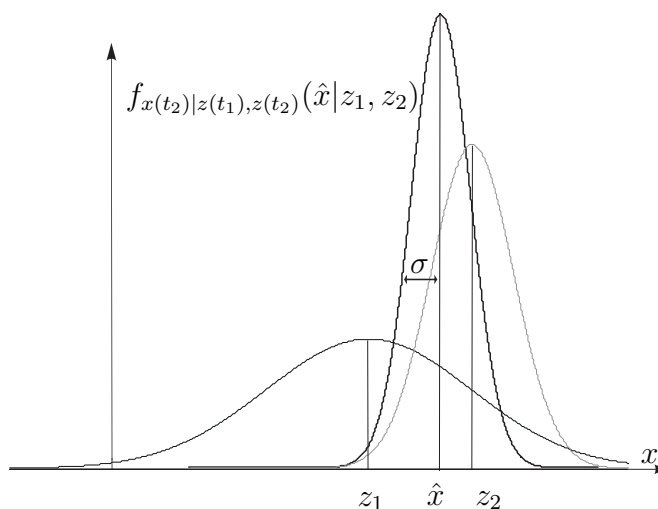
$$M = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}. \quad (2.35)$$

Tako lahko zapišemo končni enačbi za določanje pozicije \hat{x} in varianco napake ocene σ^2 , ki smo jo naredili pri določanju pozicije

$$\hat{x} = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} z_1 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} z_2, \quad (2.36)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}. \quad (2.37)$$

Vidimo lahko, da je nova varianca gotovo manjša od obeh posameznih, kar pomeni, da bo v primeru, da združimo meritve po formuli (2.36), nova ocena pozicije vedno boljša od posameznih ocen. Slika 2.5 prikazuje pogojno verjetnost nove najboljše ocene pridobljene na podlagi združitve meritev z_1 in z_2 .



Slika 2.5: Pogojna gostota verjetnosti pozicije x , določena na podlagi združitve meritve z_1 in meritve z_2 .

Vzemimo, da imamo dve meritvi enake natančnosti. Iz enačbe (2.36) sledi, da je najboljša ocena pozicije kar povprečna vrednost obeh meritev. V primeru, ko je natančnost ene meritve veliko slabša od druge, pa je meritev z manjšo napako bolj obtežena od tiste z večjo. Prav tako lahko ugotovimo, da ne glede na to, kako "slaba" je meritev, nam bo ta prispevala določeno informacijo o poziciji in s tem izboljšala dotedanjo oceno.

Enačbo (2.36) lahko zapišemo tudi kot

$$\hat{x}(t_2) = z_1 + \left(\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right)[z_2 - z_1], \quad (2.38)$$

oziroma, če zapišemo splošnejšo obliko, ki je uporabljena v Kalmanovem filtru:

$$\hat{x}(t_2) = \hat{x}(t_1) + K(t_2)[z_2 - \hat{x}(t_1)], \quad (2.39)$$

kjer je

$$K(t_2) = \left(\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right). \quad (2.40)$$

Zadnji dve enačbi pravita, da je optimalna ocena pozicije $\hat{x}(t_2)$ ob času t_2 enaka najboljši oceni ($\hat{x}(t_1)$), ki je popravljena za razliko med novo meritvijo in predhodno najboljšo oceno. Ta razlika, ki jo imenujemo tudi inovacija ocene, je pomnožena še z ojačevalnim faktorjem $K(t_2)$.

Splošnejšo obliko enačbe variance lahko, ob upoštevanju matrike ojačenja $K(t_2)$, zapišemo v obliki enačbe (2.41). Kot vidimo, bo varianca oziroma nezaupanje v oceno padala z vsako dodatno meritvijo pozicije

$$\begin{aligned} \sigma_x^2(t_2) &= \sigma_x^2(t_1) - K(t_2)\sigma_x^2(t_1) \\ &= (1 - K(t_2))\sigma_x^2(t_1). \end{aligned} \quad (2.41)$$

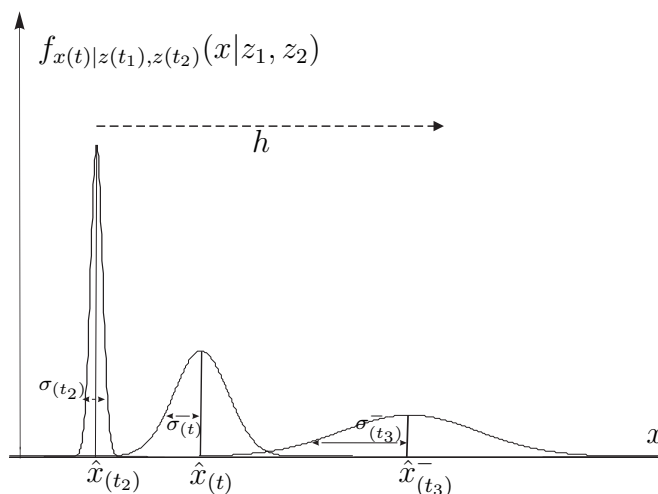
2.3.2 Ocenjevanje pozicije gibajočega se telesa

Do sedaj smo si ogledali problem statističnega ocenjevanja stanja (položaja) mirujočega telesa. Poglejmo, kaj se zgodi, če vpeljemo še neko dinamiko.

Predpostavimo, da preden naslednjič izmerimo pozicijo ladje mine določen čas. Prav tako predpostavimo, da je najboljši model, s katerim opišemo gibanje barke, podan v naslednji obliki:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = h + w, \quad (2.42)$$

kjer h predstavlja hitrost gibanja plovila. Oznaka w označuje šum, ki predstavlja negotovost v poznavanju dejanske hitrosti. Ta negotovost je posledica naključnih motenj (na primer morski tokovi), pojavov, ki se jih ne da zajeti z enačbo prvega reda (nelinearna karakteristika gibanja) ter drugih naključij. Šum w bomo opisali kot beli Gaussov šum s srednjo vrednostjo nič in varianco σ_w^2 .



Slika 2.6: Potovanje funkcije gostote verjetnosti

Slika 2.6 prikazuje kaj se dogaja s funkcijo gostote verjetnosti med dvema meritvama. Vidimo, da je ob času t_2 (tako po izmerjeni meritvi z_2) pozicija določena s parametri iz prejšnjega primera. Po preteku določenega časa se pozicija predmeta na osi x premakne z nominalno hitrostjo h , istočasno pa se njena nedoločenost povečuje. To pomeni, da imamo na začetku gostoto verjetnosti optimalne ocene, ki pa nato potuje glede na nominalni dinamični model in se istočasno razširja zaradi konstantnega dodajanja negotovosti, ki je posledica šuma. Zaradi te systemske negotovosti smo vse manj prepričani o naši dejanski poziciji, kar se kaže v vse bolj sploščeni funkciji gostote verjetnosti. Matematično lahko spremembo ocene pozicije in spremembo zaupanja v oceno pozicije zapišemo z enačbama

$$x(t_3)^- = x(t_2) + h * (t_3 - t_2) \quad (2.43)$$

in

$$\sigma(t_3)^- = \sigma(t_2) + \sigma_w * (t_3 - t_2). \quad (2.44)$$

Ob času t_3 izmerimo novo meritev z_3 , ki jo lahko po postopku iz primera za cenjevanje mirujočih teles (enačbe 2.39, 2.40 in 2.41) združimo z oceno pozicije $x_{t_3}^-$ ob času t_3 v novo optimalno oceno naše pozicije.

2.4 Razširjeni Kalmanov filter (ang. Extended Kalman filter - EKF)

Osnovni Kalmanov filter obravnava problem ocenjevanja stanj časovno diskretnega sistema, ki ga lahko opišemo z linearno stohastično diferenčno enačbo. Postavi pa se vprašanje, kaj narediti v primeru, ko proces, katerega stanja skušamo oceniti, ali pa povezava med procesom in meritvami, nista linearna. Ta problem lahko rešimo s Kalmanovim filtrom, ki linearizira funkciji okoli trenutne srednje vrednosti in kovariance in ga imenujemo *razširjeni Kalmanov filter* (ang. Extended Kalman filter - EKF).

Enačbo prehajanja stanj za nelinearen, časovno diskretni sistem lahko zapišemo v naslednji obliki:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{f}_k(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k, k) + \mathbf{w}_k, \quad (2.45)$$

kjer spremenljivki \mathbf{x}_{k-1} in \mathbf{x}_k predstavljata stanja sistema v dveh zaporednih časovnih trenutkih, \mathbf{u}_k označuje vektor vhodnih signalov, \mathbf{v}_k je aditivni šum procesa in $\mathbf{f}_k(\cdot, \cdot, k)$ predstavlja nelinearno funkcijo prehajanja stanj, ki povezuje predhodno stanje in trenutni vhod s trenutnim stanjem.

Povezavo med izhodi sistema in stanji opišemo z nelinearno izhodno enačbo

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k. \quad (2.46)$$

Podobno kot v primeru linearnega Kalmanovega filtra predpostavimo, da sta vektorja šuma \mathbf{v}_k in \mathbf{w}_k normalno porazdeljena, časovno nekorelirana in imata srednjo vrednost nič ter zanju veljajo enačbe (2.3) - (2.7).

Vzemimo, da že imamo optimalno oceno vektorja stanj $\hat{\mathbf{x}}_k$ iz predhodne iteracije (ob času t_{k-1}) in želimo izračunati predikcijo stanja ob času t_k , ki jo označimo z $\hat{\mathbf{x}}_k^-$. V ta namen razširimo enačbo (2.45) v *Taylorjevo vrsto* okoli optimalne ocene $\hat{\mathbf{x}}_k$. Ob upoštevanju le prvih dveh členov Taylorjeve vrste, lahko zapišemo linearizirani enačbi kot

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{f}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{u}_k, k) + \mathbf{A}_k(\mathbf{x}_{k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k-1}) + \mathbf{w}_k, \quad (2.47)$$

$$z_k = \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_k^-) + \mathbf{H}_k(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-) + \mathbf{v}_k, \quad (2.48)$$

kjer oznaka \mathbf{A}_k predstavlja Jakobijevo matriko parcialnih odvodov funkcije \mathbf{f}_k po komponentah vektorja \mathbf{x}

$$\mathbf{A}_k[i, j] = \frac{\partial \mathbf{f}_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{u}_k) \quad (2.49)$$

in oznaka \mathbf{H}_k predstavlja Jakobijevo matriko parcialnih odvodov funkcije \mathbf{h}_k po vektorju stanj \mathbf{x}

$$\mathbf{H}_k[i, j] = \frac{\partial \mathbf{h}_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \mathbf{u}_k). \quad (2.50)$$

Izpeljava, ki je zelo podobna izpeljavi linearnega Kalmanovega filtra (glej [36]), nam da naslednje enačbe rekurzivnega razširjenega Kalmanovega filtra:

Časovno osveževanje:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{u}_k) \quad (2.51)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k^- = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_k^T + \mathbf{Q}_k \quad (2.52)$$

Merilno osveževanje:

$$\mathbf{K}_k = \hat{\mathbf{P}}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \hat{\mathbf{P}}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (2.53)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-)) \quad (2.54)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \hat{\mathbf{P}}_k^-. \quad (2.55)$$

Razširjeni Kalmanov filter na tem mestu predstavljamo zgolj zato, da bolj celovito zaokrožimo predstavitev Kalmanovega filtra in v nadaljevanju ne bo vključen.

3. Sledenje ljudi in modeliranje človeškega gibanja

Pod pojmom sledenje (ang. tracking) razumemo opazovanje objektov in pridobivanje podatkov o njihovem gibanju. Postopek sledenja objektov lahko s stališča računalniškega vida razdelimo v dve fazi:

- zaznavanje opazovanih objektov na vsaki posamezni sliki v zaporedju slik;
- smiselno povezovanje položajev opazovanega objekta v trajektorije.

Pri slednjem je lahko v veliko pomoč informacija o tem, na katerem področju na sliki naj bi bil predmet. To informacijo je mogoče pridobiti na podlagi poznavanja predhodnega obnašanja predmeta in poznavanja dinamike predmeta. Model gibanja predmeta dobimo na podlagi poznavanja njegovih fizikalnih zakonitosti, ki jih smiselno povežemo v postopku modeliranja gibanja.

Ko govorimo o modeliranju gibanja, ločimo modeliranje dinamike *togih* (ang. rigid) in *netogih* (ang. non-rigid) teles. V kategorijo togih teles spada na primer gibanje avtomobilov [41, 39], robotov [37], letal in ladij [35]. Skupna značilnost vseh teh objektov je, da je mogoče njihovo gibanje zelo natančno opisati s fizikalnimi zakoni.

Precej zapleten primer netovega telesa je človeško telo, ki je poleg tega tudi členjeno (ang. articulated), kar predstavlja še poseben izziv pri modeliranju. Tako je na primer mogoče matematično zelo natančno opisati dinamiko gibanja posameznega uda, na primer ramenskega ali kolenskega sklepa, praktično nemogoče pa je matematično opisati dinamiko gibanja celotnega telesa, saj bi bil takšen model prekompleksen in zaradi tega neobvladljiv.

Poznamo več modelov človeškega gibanja, ki jih glede na nivo podrobnosti opazovanja gibanja razdelimo v naslednje tri skupine:

- modeli, ki opisujejo gibanje človeškega telesa kot celote, kjer sledimo eni ali več značilnim točkam telesa. Najpogosteje se uporablja kot značilna točka težišče telesa;

- modeli, ki opisujejo gibanje posameznih delov telesa. Sem sodijo precej natančni in kompleksni biomehanski modeli, ki se predvsem uporabljajo za opis gibanja v 3D prostoru;
- modeli, ki opisujejo gibanje množic, kjer ne gre več za modeliranje gibanja posameznika, ampak celotne množice ljudi.

Vsem tem modelom je skupno predvsem to, da skušajo izboljšati natančnost in zanesljivost slednja objekta. Postavi pa se vprašanje, kako definirati model gibanja, ki bo dovolj specifičen, da bo mogoče z njegovo pomočjo pridobiti vse želene informacije, istočasno pa dovolj splošen, da ga bo mogoče uporabiti v različnih situacijah. Izkaže se namreč, da lahko modeli, ki zelo natančno opisujejo dinamiko gibanja v določenih okoliščinah, pod nekimi drugačnimi pogoji popolnoma odpovejo ali celo vnašajo dodatno napako pri sledenju.

Na področju sledenja športnikov so osnovne informacije, ki jih želimo pridobiti s pomočjo sledenja, njihova pozicija ter hitrost in pospešek gibanja v vsakem trenutku opazovanja. V ta namen bo v nadaljevanju predstavljen model translatornega gibanja človeka kot točkastega telesa, kjer je točka, ki določa pozicijo človeka na sliki, definirana kot težišče človekovega telesa.

Glavno vprašanje, ki se pri tem pojavi je, ali je s pomočjo modela mogoče iz meritev pozicije, ki so precej pošumljene, izluščiti tudi informacijo o hitrosti in pospešku gibanja igralca ter kako specifičen model uporabiti pri napovedovanju gibanja igralca. Pri uporabi fizikalnih zakonitosti za modeliranje gibanja je glavni problem, da so ti zakoni le aproksimacija dejanske dinamike. Tako se za modeliranje gibanja ladje zdi smiselna predpostavka, da se telo med posameznimi meritvami giblje s konstantno hitrostjo ali pospeškom. Pri opazovanju človeškega gibanja, še posebej gibanja športnikov, pa ugotovimo, da se njihova hitrost in pospešek ne prestando in povsem naključno spreminjata.

Namen uporabe Kalmanovega filtra je s pomočjo preprostih modelov gibanja, kot so na primer modeli konstantne hitrosti ali konstantnega pospeška, iz pošumljenih meritev pridobiti informacijo, ki je potrebna za napovedovanje prihodnjega gibanja igralca.

3.1 Časovno diskretni enodimenzionalni model gibanja

Fizikalni model dinamike igralca temelji na domnevi, da lahko gibanje njegovega telesa opišemo kot gibanje točke s konstantnim pospeškom. V resnici se pospešek igralcev ne prestando spreminja, te spremembe pa ob predpostavki, da se spreminjanje igralčevega pospeška podreja zakonitostim belega-Gaussovega šuma, vpeljemo v model preko kovariančne matrike šuma procesa.

Ob upoštevanju osnovnih fizikalnih zakonitosti lahko zapišemo stanje točkastega telesa:

$$x_1 = p(t), \quad x_2 = \dot{p}(t), \quad x_3 = \ddot{p}(t), \quad (3.1)$$

kjer spremenljivka stanja x_1 predstavlja pozicijo telesa, spremenljivka x_2 hitrost telesa in spremenljivka stanja x_3 pospešek telesa ob času t . Ob tem predpostavimo, da je spreminjanje pospeška posledica naključnih človeških odločitev in ga obravnavamo kot naključen proces $u(t)$. Tako lahko zapišemo linearno diferencialno enačbo v vektorski obliki kot:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot u(t), \quad (3.2)$$

oziroma v matrični obliki:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{G} \cdot u(t). \quad (3.3)$$

V primeru, ko je $u(t)$ enako nič, opisuje zgornja enačba prosto gibanje točke s konstantnim pospeškom. Natančna začetna vrednost pospeška je določena z začetno vrednostjo vektorja \mathbf{x} . Spremembe v pospešku se zgodijo vsakokrat, ko je spremenljivka $u(t)$ različna od nič.

Splošno rešitev diferencialne enačbe prvega reda (3.3) lahko diskretiziramo ([42], stran 200) in zapišemo kot

$$\mathbf{x}(t_{k+1}) = \mathbf{A}(t_k, t_{k+1})\mathbf{x}(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{A}(t_k, \lambda)\mathbf{G}(\lambda)u(\lambda)d\lambda \quad (3.4)$$

ter na ta način dobimo diskretno enačbo prehajanja stanj sistema:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k(\lambda) \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k(\lambda), \quad (3.5)$$

kjer matrika $\mathbf{A}_k(\lambda)$ označuje matriko prehajanja stanj med časovnima trenutkoma t_k in t_{k+1} in je rešitev homogenega dela diferencialne enačbe (3.3):

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_k(\lambda) &= e^{\mathbf{F}\lambda} \Big|_{\lambda=\Delta t} = \mathbf{I} + \mathbf{F}\Delta t + \frac{(\mathbf{F}\Delta t)^2}{2!} + \frac{(\mathbf{F}\Delta t)^3}{3!} + \dots \\ &= \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \frac{(\Delta t)^2}{2} \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

V zgornji enačbi smo upoštevali, da je časovni interval med dvema zaporednima meritvama λ fiksen in je enak $\lambda = \Delta t = t_{k+1} - t_k$.

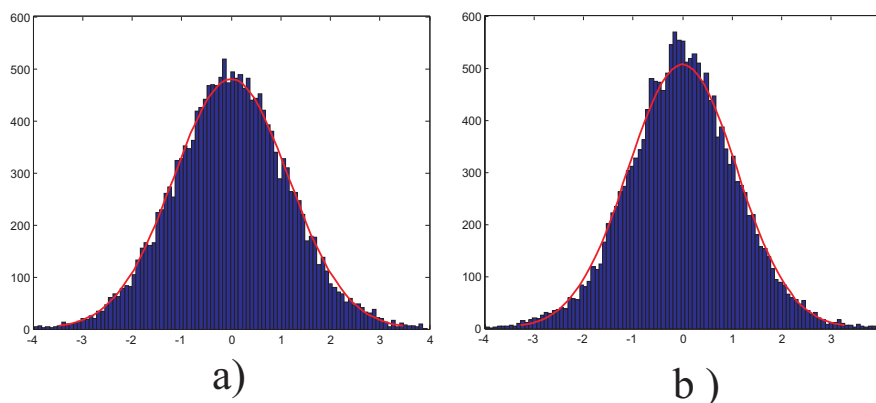
Spremenljivka $\mathbf{w}(k)$ predstavlja vektor šuma, in podaja odziv procesa ob času t_k na zvezni beli šum $u(t)$ v časovnem intervalu (t_{k-1}, t_k) , definiran pa je kot

$$\mathbf{w}_k(\lambda) = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \mathbf{A}(t_k, \lambda) \mathbf{G}(\lambda) u(\lambda) d\lambda. \quad (3.7)$$

Zahteva, da je zvezni proces moten z Gausovim - belim šumom, neposredno zagotavlja, da bo tudi diskretni signal \mathbf{w}_k imel Gaussovo porazdelitev.

3.1.1 Kovarianca šuma procesa

Kadar uporabljamo Kalmanov filter za sledenje igralcev na podlagi merjenja pozicije natančen časovni potek spreminjanja pospeška ni poznan, saj je odločitve igralca na igrišču praktično nemogoče vnaprej napovedati. Lahko pa ugotovimo spektralno in močnostno porazdelitev njegovega gibanja. Pod temi pogoji lahko modeliramo spremembe pospeška $u(t)$ kot beli stohastični naključni signal s srednjo vrednostjo nič in normalno - Gaussovo porazdelitvijo s poznano varianco šuma procesa σ_u^2 . Da je ta predpostavka upravičena, je razvidno iz slike 3.1, kjer je prikazan histogram spreminjanja pospeška igralca v času trajanja ene tekme (dolžina vzorca $n = 17589$).



Slika 3.1: Histogram spreminjanja pospeška igralca med tekmo: a) spreminjanje pospeška po koordinati x. b) spreminjanje poseška po koordinati y.

Iz histograma je lepo razvidna normalna porazdelitev vzorca po obeh koordinatah, vendar to ni zadosten dokaz za potrditev hipoteze o normalni porazdelitvi vzorca. Za testiranje te domneve smo s pomočjo programskega paketa Matlab 5.3 izvedli dva različna testa prileganja vzorcev (ang. goodness-of-fit) normalni porazdelitvi, in sicer Lillieforsov in Hi-kvadrat test.

Lillieforsov test prileganja vzorcev

Lillieforsov test je posebna oblika Kolmogorov-Smirnovovega testa. Na podlagi Lillieforsovega testa lahko ovrednotimo hipotezo, da je nek niz vzorcev X normalno porazdeljen z nepoznano srednjo vrednostjo in varianco. Prednost tega testa v primerjavi s hi-kvadrat testom prileganja je, da je neodvisen od velikosti vzorca.

Test primerja empirično distribucijo vzorca X z normalno distribucijo, ki ima enako srednjo vrednost in varianco, kot testirani vzorec.

$$H = \text{lilietest}(X, \text{alfa}). \quad (3.8)$$

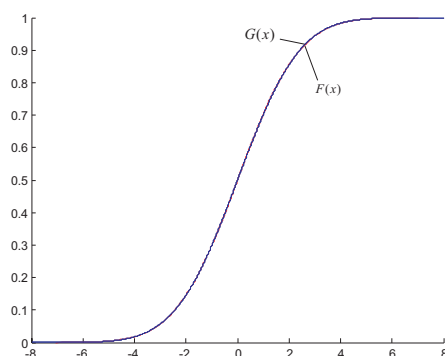
Ničelna hipoteza Lillieforsovega testa je, da je niz X normalno porazdeljen z nepoznano srednjo vrednostjo in varianco. Alternativna hipoteza torej je, da niz X ni normalno porazdeljen. Rezultat testa H je enak 1 v primeru, ko hipotezo zavrnemo, pri čemer predstavlja parameter *alfa* tveganje zavrnitve. V nasprotnem primeru, ko je rezultat H enak 0, ničelne hipoteze ne moremo zavreči in jo zato sprejmemo. V tem primeru stopnje zaupanja v potrditev hipoteze ne moremo podati.

Lillieforsov test preverja maksimalno absolutno razliko med empirično in hipotetično funkcijo kumulativne distribucije, kar lahko matematično zapišemo kot

$$T = \max(|F(x) - G(x)|), \quad (3.9)$$

kjer je $F(x)$ vrednost empirične kumulativne distribucije in $G(x)$ funkcija kumulativne distribucije pri vrednosti vzorca x .

Slika 3.2 prikazuje kumulativno porazdelitev niza vzorcev X in hipotetično normalno porazdelitev. Iz slike je razvidno, da je razlika med distribucijama izredno majhna. S pomočjo testa ugotovimo, da je razlika T med obema porazdelitvama enaka 0.0037.



Slika 3.2: Funkciji empirične in hipotetične kumulativne distribucije

Ničelna hipoteza je zavrnjena v primeru, da razlika T preseže kritično vrednost, ki je podana s stopnjo tveganja *alfa*. Tveganje *alfa* se lahko nahaja v področju od 0.01 - 0.2 oziroma v odstotkih od 1 - 20 %. Na podlagi testa kritičnih vrednosti lahko ugotovimo, da bi bila ničelna hipoteza zavrnjena v primeru, ko bi bila razlika med kumulativnima porazdelitvama večja od 0.0067 pri stopnji tveganja zavrnitve *alfa* = 0.01, oziroma 0.0055 pri stopnji tveganja zavrnitve *alfa* = 0.2. Iz dobljenega rezultata testa $T = 0.0037$ lahko zaključimo, da hipoteze o normalni porazdelitvi ne moremo zavrniti in jo zato sprejmemo.

Hi-kvadrat test

Hi-kvadrat test je alternativa Lillieforsovemu testu prilaganja vzorcev. Prednost Hi-kvadrat testa je v tem, da ga lahko uporabimo tako za zvezne kot tudi za diskretne porazdelitve.

Podobno kot v primeru Lillieforsovega testa lahko podamo dve hipotezi in sicer ničelno hipotezo H_0 , da se naš vzorec normalno porazdeljuje in alternativno hipotezo H_a , da se vzorec ne porazdeljuje normalno.

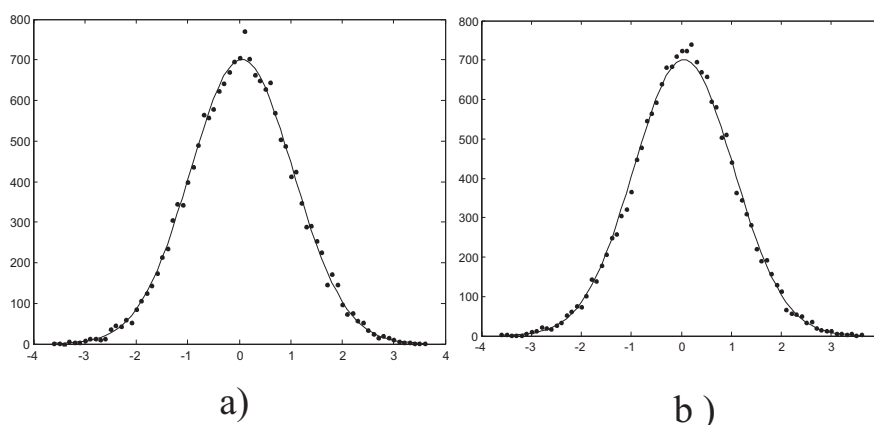
V primeru zvezne porazdelitve vzorca razdelimo vzorec v k razredov (ang. bins), statistika testa pa je določena kot:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}, \quad (3.10)$$

kjer O_i predstavlja število vzorcev v razredu i opazovanega niza X , E_i pa predstavlja pričakovano število vzorcev za razred i in je določen kot

$$E_i = N(F(Y_u) - F(Y_l)), \quad (3.11)$$

kjer oznaka F predstavlja funkcijo kumulativne distribucije, oznaki Y_u in Y_l predstavljata zgornjo in spodnjo mejo za razred i , spremenljivka N pa predstavlja število elementov v nizu X . Na sliki 3.3 sta prikazani porazdelitvi vzorcev po razrednih testnega niza X in hipotetične funkcije gostote verjetnosti. Vidimo lahko, da se vzorci precej dobro prilegajo teoretični porazdelitvi.



Slika 3.3: Primerjava porazdelitve vzorcev testnega niza X (točkasta porazdelitev) in funkcije gostote verjetnosti normalne porazdelitve (polna črta). (a) Porazdelitev spremembe pospeška po osi x . (b) Porazdelitev spremembe pospeška po osi y

Test statistično sledi hi-kvadrat porazdelitvi s $(k - c)$ prostostnimi stopnjami (ang. degrees of freedom), kjer je k število nepraznih razredov (razred je poln v primeru ko vsebuje vsaj pet elementov), parameter c pa je določen s številom ocenjevanih parametrov distribucije povečanim za ena. V našem primeru je število iskanih parametrov enako dva, kar pomeni da je $c=3$.

Ničelna hipoteza je zavrnjena v primeru če je izračunani χ^2 večji od kritičnega χ^2 , ki je določen s številom prostostnih stopenj in parametrom tveganja *alfa*

$$\chi^2 > \chi^2_{(\alpha, k-c)}. \quad (3.12)$$

Rezultati testa pri različnih parametrih tveganja *alfa* ($0.01 < \alpha < 0.2$) in prostostnih stopnjah ($5 < k - c < 74$) so pokazali, da hipoteze o normalni porazdelitvi testiranega vzorca X ne moremo zavrniti. Rezultat tega testa se ujema z rezultatom Lilieforsovega testa, iz česar lahko sklepamo, da porazdelitev spremembe pospeška po posameznih oseh ustreza normalni porazdelitvi. Parametri teh dveh normalnih porazdelitev so naslednji:

os porazdelitve	srednja vrednost [(slikovnih elementov)/s ³]	varianca σ_u^2 [(slikovnih elementov) ² /s ⁶]
porazdelitev po osi x	$-1.70 \cdot 10^{-7}$	1.116
porazdelitev po osi y	$1.07 \cdot 10^{-5}$	1.127

Kot je razvidno iz tabele, je srednja vrednost šuma v obeh primerih praktično enaka nič, medtem ko sta varianci šuma zelo podobni. Zato predpostavimo, da sta porazdelitvi šuma po obeh oseh enaki.

Izpeljava kovariančne matrike sistemskega šuma

Nadaljujemo s prikazom izpeljave kovariance diskretnega šuma sistema v eni dimenziji, ki bo nato razširjena na kovarianco šuma za primer sledenja igralcev v dvodimenzionalnem kartezijskem koordinatnem sistemu.

Predpostavimo, da ima zvezni naključni proces v smeri x $u_x(t)$ poznano standardno deviacijo σ_x in lahko njegovo autokorelacijo modeliramo kot

$$E[u_x(\lambda)u_x^T(\mu)] = \sigma_x^2 \delta(\lambda - \mu). \quad (3.13)$$

V tem primeru lahko določimo diskretizirano kovariančno matriko šuma procesa $w(k)$ pri prehajanju skozi sistem kot

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}(k) &= E[\mathbf{w}(\lambda)\mathbf{w}(\mu)^T] = \\ &= E\left[\left\{\int_{\lambda=t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{A}(t_k - \lambda)\mathbf{G}(\lambda)u(\lambda)d\lambda\right\}\left\{\int_{\mu=t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{A}(t_k - \mu)\mathbf{G}(\mu)u(\mu)d\mu\right\}^T\right] = \\ &= E\left[\int_{\lambda=t_k}^{t_{k+1}} \int_{\mu=t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{A}(t_k - \lambda)\mathbf{G}(\lambda)u(\lambda)u^T(\mu)\mathbf{G}^T(\mu)\mathbf{A}^T(t_k - \mu)d\mu d\lambda\right]. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Ker je operator matematičnega upanja $E[\]$ linearen operator, lahko zgornjo enačbo zapišemo kot

$$\mathbf{Q}(k) = \int_{\lambda=t_k}^{t_{k+1}} \int_{\mu=t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{A}(t_k - \lambda)\mathbf{G}(\lambda)E[u(\lambda)u^T(\mu)]\mathbf{G}^T(\mu)\mathbf{A}^T(t_k - \mu)d\mu d\lambda. \quad (3.15)$$

Če upoštevamo, da je funkcija $\delta(\lambda - \mu)$ enaka ena le v primeru, ko je $\lambda = \mu$ in zgornji izraz integriramo po μ , dobimo

$$\mathbf{Q}(k) = \sigma_u^2 \int_{\lambda=t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{A}(t_k - \lambda) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} [0 \ 0 \ 1] \mathbf{A}^T(t_k - \lambda) d\lambda. \quad (3.16)$$

Če sedaj vpeljemo novo spremenljivko $\gamma = \lambda - \mu$ in upoštevamo, da je čas med dvema meritvama podan kot $\Delta t = t_{k+1} - t_k$, lahko zapišemo

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}(k) &= \sigma_u^2 \int_{\gamma=0}^{\Delta t} \mathbf{A}_k(\gamma) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} [0 \ 0 \ 1] \mathbf{A}_k^T(\gamma) d\gamma = \\ &= \sigma_u^2 \int_{\gamma=0}^{\Delta t} \begin{bmatrix} \frac{\gamma^2}{2} \\ \gamma \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\gamma^2}{2} & \gamma & 1 \end{bmatrix} d\gamma. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Ko rešimo to enačbo, dobimo končni izraz kovariančne matrice šuma procesa v eni dimenziji:

$$\mathbf{Q}(k) = \sigma_u^2 \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^5}{20} & \frac{\Delta t^4}{8} & \frac{\Delta t^3}{6} \\ \frac{\Delta t^4}{8} & \frac{\Delta t^3}{3} & \frac{\Delta t^2}{2} \\ \frac{\Delta t^3}{6} & \frac{\Delta t^2}{2} & \Delta t \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

3.2 Model gibanja igralcev v dveh dimenzijah

V prejšnjem podpoglavju sta bila izpeljana model gibanja igralca in kovarična matrika šuma procesa za primer gibanja igralcev v eni dimenziji. Sedaj bomo to znanje razširili na primer modela gibanja igralca v ravnini.

Razširitev je posledica dejstva, da lahko poljuben vektor sile, ki vpliva na spremembo pospeška igralca, zapišemo kot superpozicijo dveh ortogonalnih komponent vektorja sile.

To pomeni, da lahko stanja, s katerimi opišemo gibanje igralca v ravnini, razdelimo na stanja po koordinati x in koordinati y ter da so posamezne komponente vektorja stanj po eni koordinati popolnoma neodvisne od komponent vektorja stanj po drugi koordinati.

Vektor stanj gibanja igralca v koordinatnem sistemu (x,y) zapišemo kot

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} x \\ v_x \\ a_x \\ y \\ v_y \\ a_y \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

Sedaj lahko zapišemo dvodimenzionalno matriko prehajanja stanj sistema kot

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \frac{\Delta t^2}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t & \frac{\Delta t}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

Zaradi nekoreliranosti komponent vektorja stanj po posameznih koordinatah, lahko zapišemo kovariančno matriko šuma procesa kot:

$$\mathbf{Q}_k = \sigma_u^2 \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^5}{20} & \frac{\Delta t^4}{8} & \frac{\Delta t^3}{6} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta t^4}{8} & \frac{\Delta t^3}{3} & \frac{\Delta t^2}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta t^3}{6} & \frac{\Delta t^2}{2} & \Delta t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\Delta t^5}{20} & \frac{\Delta t^4}{8} & \frac{\Delta t^3}{6} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\Delta t^4}{8} & \frac{\Delta t^3}{3} & \frac{\Delta t^2}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\Delta t^3}{6} & \frac{\Delta t^2}{2} & \Delta t \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

Do sedaj smo določili model gibanja igralca, ki ga opisuje matrika prehajanja stanj sistema in kovariančno matriko šuma sistema. Za popoln opis Kalmanovega filtra pa moramo poznati tudi izhodno matriko sistema in kovariančno matriko šuma meritve, ki sta določeni v nadaljevanju.

3.3 Izhodna matrika sistema in kovarianca šuma meritve

Izhodno enačbo sistema, ki opisuje kako stanja vplivajo na izmerjene vrednosti, lahko zapišemo v naslednji obliki:

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k. \quad (3.22)$$

Matrika \mathbf{H}_k predstavlja povezavo med stanji sistema ter meritvami in je v našem primeru določena kot

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.23)$$

vektor \mathbf{v}_k pa ponazarja šum meritve, za katerega predpostavimo, da je spektralno bel in normalno porazdeljen. Pod temi pogoji lahko kovarično matriko šuma meritve za merjenje pozicije v dvodimenzionalnem koordinatnem sistemu zapišemo kot:

$$\mathbf{R}(k) = E[v(\lambda)v(\lambda)^T] = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{bmatrix}, \quad (3.24)$$

kjer diagonalna elementa matrike \mathbf{R} predstavljata varianco šuma meritve po posamezni koordinati. Mejne vrednosti teh dveh parametrov so bile dobljene na podlagi dveh eksperimentov, v katerih smo določili varianco šuma glede na vzrok nastanka šuma meritve.

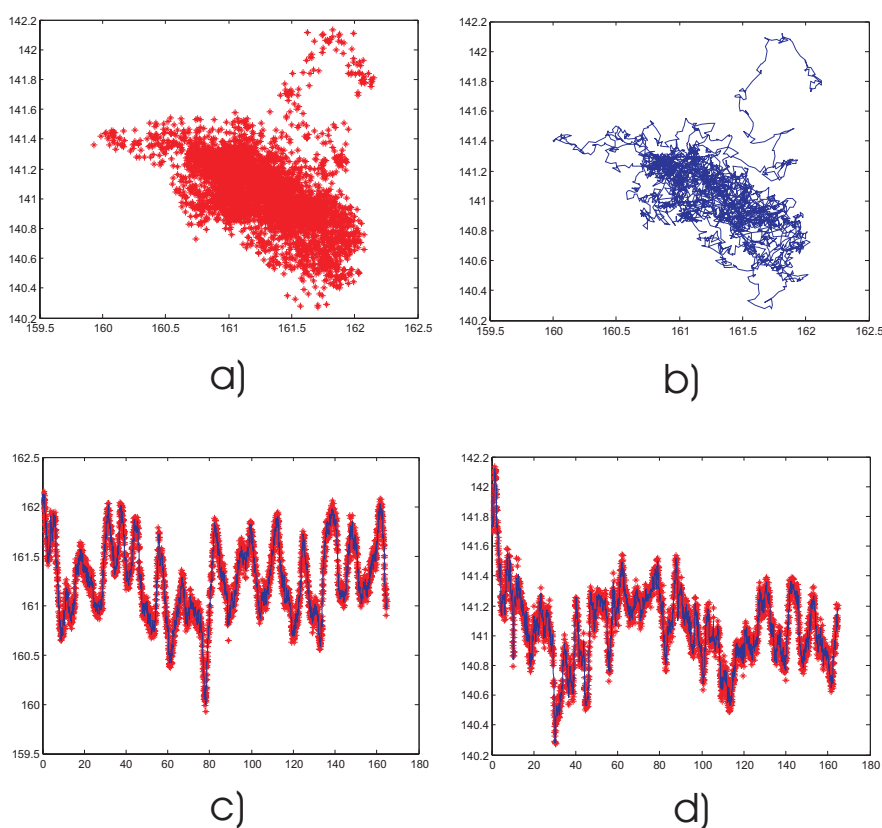
Ko govorimo o merilnem šumu, se moramo vprašati, kaj je vzrok za nastanek tega šuma. Pri merjenju položaja igralcev na igrišču bi lahko šum meritve, glede na vzroke njegovega nastanka, razdelili v dve skupini:

- **Sistemiški šum**, ki je posledica digitalizacije posnetkov in izbrane metode sledenja. Ko govorimo o digitalizaciji posnetkov, imamo predvsem v mislih šum magnetnega traku in učinek M-JPEG stiskanja posnetkov [4], katerih posledica je manjša kvaliteta slik, na katerih izvajamo sledenje. Velik vpliv na kvaliteto meritev ima tudi izbrana metoda sledenja. Tako se primer pri metodi odštevanja trenutne slike od ozadja (glej 4.1.1), ki je bila v našem primeru uporabljena za pridobivanje informacij o gibanju igralcev, pojavijo tudi problemi zaradi neenakomerne osvetlitve igrišča, katerih posledica so sence igralcev, ki vplivajo na natančnost meritev.
- **Šum zaradi členjenosti človeškega telesa**. Ta šum je posledica gibanja človekovih okončin in je prav tako odvisen tudi od metode sledenja. Je veliko bolj problematičen od prej navedenega šuma, saj povzroča napako meritve težišča igralčevega telesa, ki lahko bistveno vpliva na ocenjevanje dinamike gibanja igralca. Tako lahko izmerimo precejšnje gibanje težišča telesa, čeprav je igralec stal na mestu.

Vrednost variance šuma meritve smo ocenili z dvema eksperimentoma. V prvem primeru je igralec nepremično stal na določeni poziciji na igrišču. Pri drugem eksperimentu pa je igralec z zgornjim delom telesa izvajal enake gibe kot med tekmo (zamahi z loparjem), vendar se pri tem ni premaknil z določene točke na igrišču.

3.3.1 Merjenje pozicije mirujočega igralca

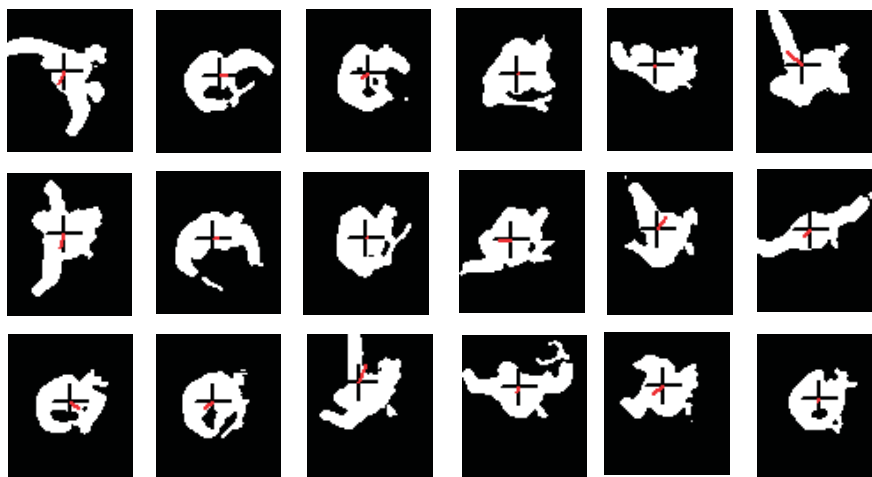
Namen tega eksperimenta je bil določiti minimalno varianco sistema v primeru, ko nimamo šuma zaradi gibanja igralca. Šum pri tem eksperimentu je le posledica šuma digitalizacije posnetkov in šuma metode sledenja. Razumemo ga lahko tudi kot minimalni šum meritve. Slika 3.4 prikazuje trajektorijo gibanja težišča igralca, ki stoji nepremično na igrišču. Na podlagi opravljenih meritev lahko ugotovimo, da sta minimalni varianci šuma meritve po posameznih koordinatah $\sigma_x^2 = 0.121$ in $\sigma_y^2 = 0.1573$.



Slika 3.4: Trajektorije gibanja težišča mirujočega igralca. (a) Izmerjene pozicije težišča. (b) Trajektorija gibanja težišča dobljena po filtriranju z Kalmanovim filtrom. (c) Prikaz filtriranja pozicij po koordinati x. (d) Prikaz filtriranja pozicij po koordinati y.

3.3.2 Merjenje pozicije aktivnega igralca

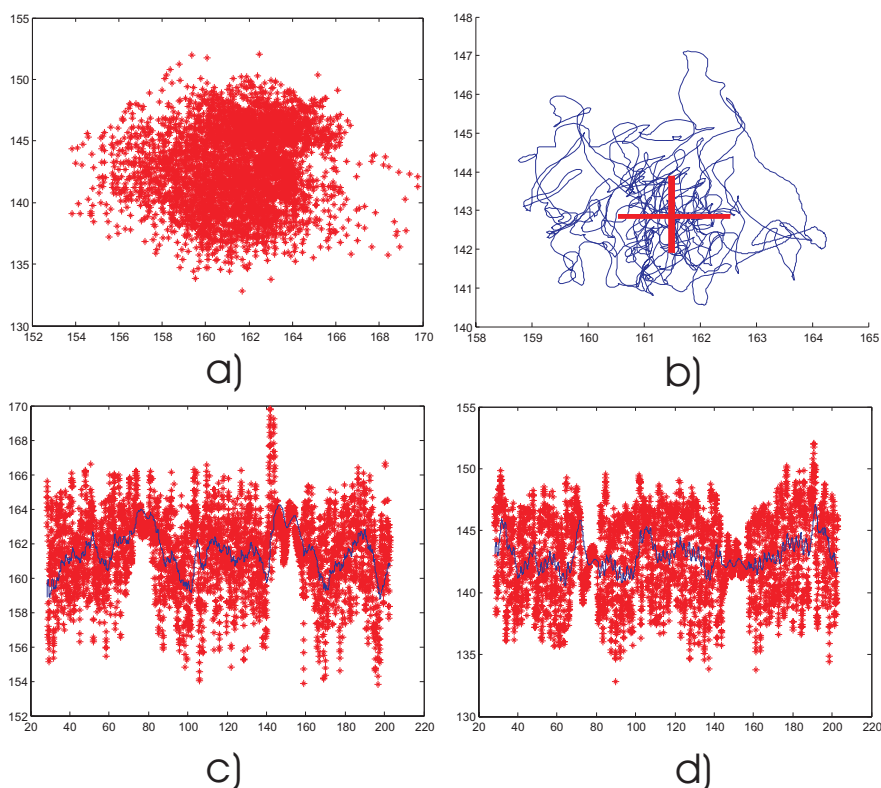
Namen tega eksperimenta je bil ugotoviti kolikšen je maksimalni šum, ki je posledica gibanja igralčevih okončin in zgornjega dela telesa. Slika 3.5 prikazuje zaporedje slik, ki so bile zajete vsake 0.4 sekunde. Na njih je lepo razvidno spreminjanje položaja igralca ter gibanje težišča njegovega telesa. Rdeča črta predstavlja vektor hitrosti gibanja težišča igralca.



Slika 3.5: Zaporednje slik spreminjanja pozicije težišča aktivnega igralca. Časovni interval zajemanja slik je 0.4 sekunde.

Če primerjamo trajektorije gibanja težišča igralca na sliki 3.6 s tistimi na sliki 3.4 ugotovimo, da je v primeru aktivnega gibanja igralca varianca šuma meritve precej večja, kar se kaže v veliko večjem odstopanju posamezne meritve od dejanske pozicije igralca. Meritve so pokazale, da sta varianci šuma po posameznih koordinatah $\sigma_x^2 = 7.236$ in $\sigma_y^2 = 10.267$.

Kot lahko vidimo, se varianci med seboj kar precej razlikujeta, vendar pa lahko vsaj del te razlike pripišemo dejstvu, da je bil igralec med izvajanjem eksperimenta obrnjen vedno v isto smer, kar dejansko pomeni, da je bilo gibanje v eni smeri bolj izrazito kot v drugi. Med dejansko igro se orientacija telesa ob udarcih bolj izrazito spreminja, kar posledično pomeni, da je tudi šum po posameznih koordinatah porazdeljen bolj enakomerno.



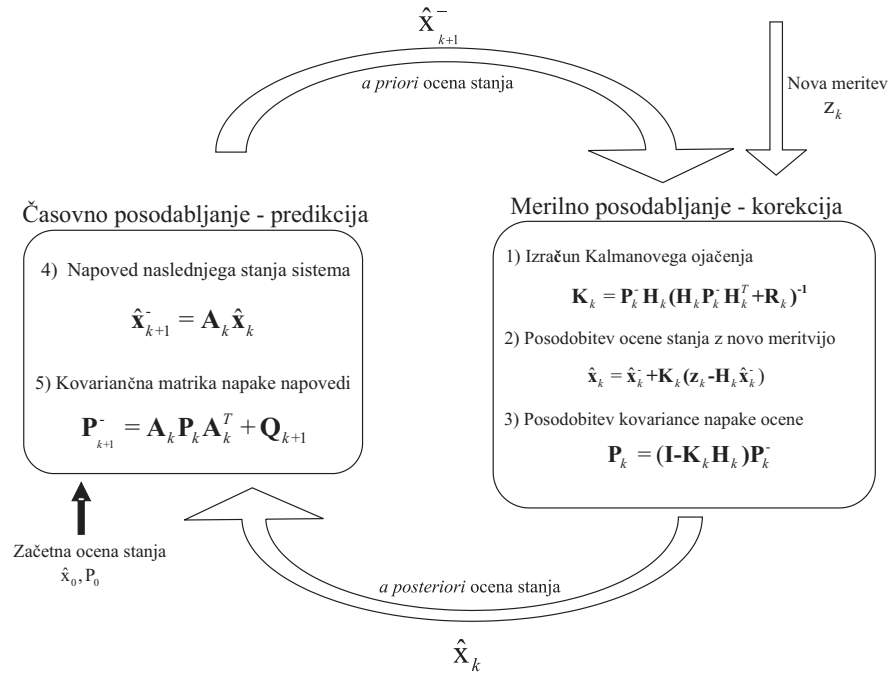
Slika 3.6: Trajektorije gibanja težišča aktivnega igralca. (a) Izmerjene pozicije težišča. (b) Trajektorija gibanja težišča dobljena po filtriranju s Kalmanovim filtrom in dejanski položaj igralca. (c) Prikaz filtriranja pozicij po koordinati x . (d) Prikaz filtriranja pozicij po koordinati y .

3.3.3 Vpliv parametrov Kalmanovega filtra na njegovo delovanje

Pri implementaciji Kalmanovega filtra je zelo pomembna nastavitve njegovih parametrov (parametrov kovariančnih matrik obeh šumov in pravilna izbira modela). V predhodnih poglavjih je bilo prikazano, kako pridemo do teh parametrov, sedaj pa si podrobje pogledimo, kakšen vpliv imajo na delovanje filtra. V ta namen si še enkrat oglejmo shemo Kalmanovega filtra.

Na sliki 3.7 lahko vidimo, da je optimalna *a posteriori* ocena vektorja stanja sistema določena z vektorjem *a priori* ocene \hat{x}_k^- in vektorjem merilne inovacije ($\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{x}_k^-$), ki je utežena s Kalmanovim ojačenjem \mathbf{K}_k .

Ob natančnejši analizi enačbe za izračun matrike \mathbf{K}_k bi lahko ugotovili, da v primeru, ko gredo vrednosti kovariančne matrike šuma meritve \mathbf{R}_k proti nič, z matriko \mathbf{K}_k bolj obtežimo vektor merilne inovacije. To pomeni, da vse bolj zaupamo izmerjenim meritvam in vse manj predikciji, ki jo dobimo s pomočjo



Slika 3.7: Shema Kalmanovega cikla

modela. V limitnem primeru, ko je šum meritve enak nič, dobimo

$$\lim_{\mathbf{R}_k \rightarrow 0} \mathbf{K}_k = \mathbf{H}_k^{-1}. \quad (3.25)$$

To pomeni, da bomo v tem primeru popolnoma zaupali meritvi in bo naša optimalna ocena trenutnega vektorja stanj kar enaka izmerjeni meritvi. To pa posledično pomeni, da bo v oceno vnešen tudi ves šum, ki je nastal pri merjenju pozicije.

Na podlagi enačbe (5) lahko ugotovimo, da matrika kovariance sistema \mathbf{Q}_k neposredno vpliva na vrednosti matrike \mathbf{P}_k^- . V primeru, ko bodo vrednosti matrike \mathbf{Q}_k oziroma \mathbf{P}_k^- majhne, bodo tudi vrednosti matrike \mathbf{K}_k manjše, kar pomeni, da bo merilna inovacija manj obtežena. Zato bomo v tem primeru manj zaupali izmerjenim meritvam in bolj oceni, ki jo dobimo na podlagi modela sistema in je tako v oceno vnešen manjši šum meritve. Vendar se po drugi strani odzivnost filtra zmanjša, saj je potrebno večje število meritev, da pride do spremembe ocene vektorja stanj sistema. V limitnem primeru dobimo

$$\lim_{\mathbf{P}_k^- \rightarrow 0} \mathbf{K}_k = 0, \quad (3.26)$$

kar pomeni, da meritve sploh ne vplivajo na oceno in popolnoma zaupamo *a priori* oceneni vektorja stanj, ki jo naredimo na podlagi modela sistema.

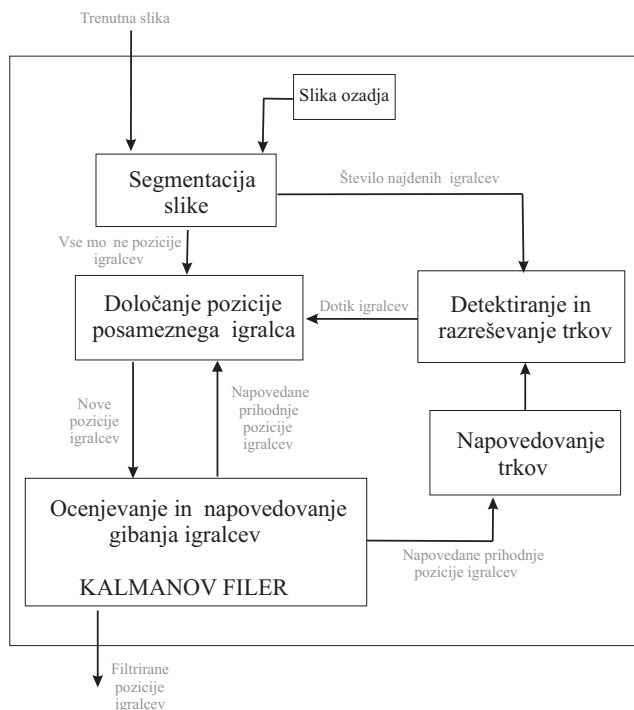
Le v primeru pravilne nastavitve kovariančnih matrik \mathbf{R}_k in \mathbf{Q}_k , lahko pridemo do dobrega razmerja med filtriranjem šuma meritev ter odzivnostjo filtra na spremembe v stanjih sistema.

4. Izvedba sistema za sledenje na osnovi Kalmanovega filtra in rezultati sledenja

Predstavili smo že zgradbo in delovanje Kalmanovega filtra ter izpeljali stohastični model gibanja igralca. To znanje bomo združili v koncept sistema za sledenje igralcev s Kalmanovim filtrom ter ovrednotili učinkovitost delovanja tega sistema pri sledenju igralcev v squashu.

4.1 Izvedba sledilnika

Delovanje sledilnika temelji na upoštevanju dinamke gibanja objektov.



Slika 4.1: Shema delovanja sledilnika

Sledilnik sestavljajo štirje glavni deli: segmentacija slike, določanje pozicij posameznih igralcev, napovedovanje trajektorije sledenega objekta z uporabo Kalmanovega filtra in predvidevanje ter razreševanje trkov med igralci. Slika 4.1 prikazuje shemo delovanja sledilnika, podrobnejša razlaga posameznih faz delovanja sledilnika pa bo razložena v nadaljevanju.

4.1.1 Segmentacija slike

Osnovni nivo sledilnika predstavlja segmentacija slike, katere namen je identificirati objekte na sliki, ki jih želimo slediti. Postopek segmentacije slike je sestavljen iz več korakov:

1. Odštevanje trenutne slike od slike ozadja. Odštevanje ozadja se zelo pogosto uporablja za iskanje objektov na sliki v primerih, ko so zaporedja slik zajeta s statično kamero [43, 44, 4]. Kljub temu, da je ta metoda zelo enostavna in se ob njeni uporabi pojavijo številni problemi [4], nam omogoča uspešno ločitev igralcev od ozadja. Rezultat te metode je slika $D(x, y)$, ki upodablja evklidsko razdaljo med trenutno sliko in sliko ozadja po posameznih kanalih:

$$D(x, y) = \sqrt{(I_r - R_r)^2 + (I_g - R_g)^2 + (I_b - R_b)^2}, \quad (4.1)$$

kjer so I_r, I_g in I_b slikovni elementi rdečega, zelenega in modrega kanala trenutne slike, R_r, R_g in R_b pa slikovni element posameznih kanalov referenčne slike.

2. Upragovljanje. Rezultat tega postopka je binarna slika P , določena pa je z enačbo (4.2). S tem korakom segmentiramo sliko razlike $D(x, y)$ na igralce in na sliko okolice.

$$P(x, y) = \begin{cases} 1; & D(x, y) > p \\ 0; & \text{sicer} \end{cases}. \quad (4.2)$$

3. Filtriranje upragovljene slike razlike P . Problem vseh metod odštevanja slik je šum, ki ga je mogoče odpraviti s pravilno nastavitvijo praga v fazi upragovljenja in z dodatnim filtriranjem slike, kjer smo v našem primeru uporabili mediana filter [45],[4] z oknom velikosti 3×3 slikovnih elementov.
4. Zadnji korak v procesu segmentacije slike je določanje potencialnih področij na sliki, kjer bi se lahko nahajali igralci. Vsako sliko sestavljajo področja B_α , kjer se nahajajo igralci, ter ozadje O , kar lahko zapišemo kot:

$$\bigcup_{\alpha} B_\alpha + O = P. \quad (4.3)$$

Za določanje teh področji smo uporabili metodo povezanih komponent (ang. Connected components) [45], kjer smo določili oznako posameznega slikovnega elementa na podlagi štirih sosednjih elementov (ang. 4 - neighbours). Center posameznega območja pa določimo z naslednjima dvema enačbama:

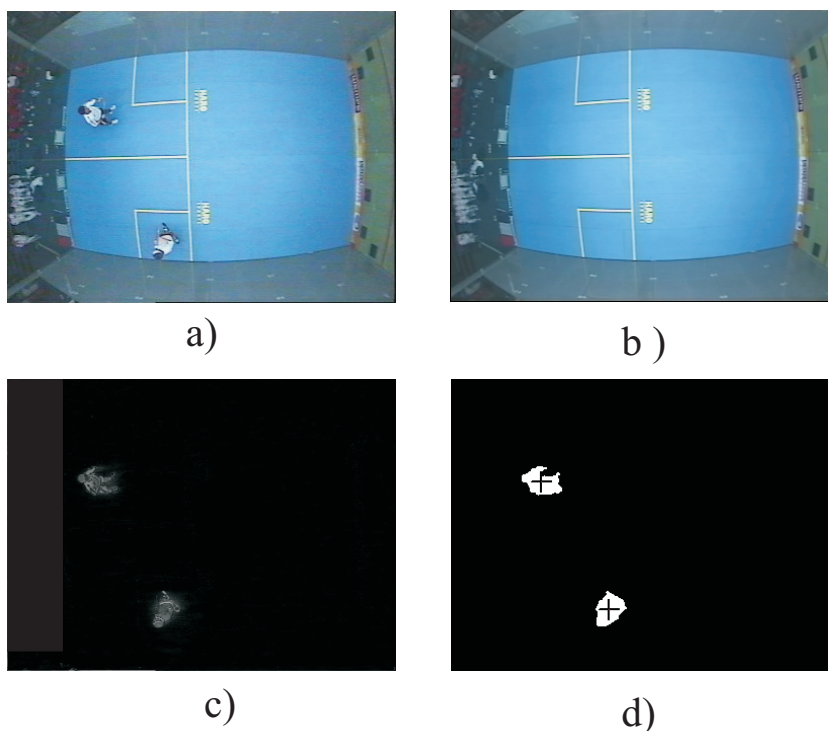
$$x_c^{(\alpha)} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m j B_{[i,j]}^{(\alpha)}}{A^{(\alpha)}}, \quad (4.4)$$

in

$$y_c^{(\alpha)} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m i B_{[i,j]}^{(\alpha)}}{A^{(\alpha)}}, \quad (4.5)$$

kjer $A^{(\alpha)}$ predstavlja število vseh slikovnih elementov, ki sestavljajo območje.

Rezultate posameznih faz segmentacije prikazuje slika 4.2.



Slika 4.2: Faze segmentacije slike: (a) Trenutna slika. (b) Slika ozadja. (c) Slika evklidskih razdalj. (d) Upragovljena slika evklidskih razdalj s središči področij.

Končni rezultat segmentacije slike so težišča področij na sliki, ki predstavljajo potencialne pozicije igralcev na sliki. Vendar pa vsa področja ne ustrezajo pozicijam igralcev, saj lahko pride v fazi segmentacije do napačnih razpoznav zaradi senc igralcev ali napak pri zajemu slike, v skrajnem primeru pa se lahko tudi zgodi, da določenega igralca sploh ne zaznamo. Zato v naslednji fazi sledenja skušamo na optimalen način pripisati dobljene pozicije področij igralcem na igrišču.

4.1.2 Določanje pozicij posameznega igralca

Namen te faze delovanja sledilnika je na smiseln način razporediti področja pridobljena v fazi segmentacije slike na tista, ki pripadajo posameznim igralcem in vsa ostala. Večina algoritmov sledenja se v tej fazi sledenja zanaša na dejstvo, da je čas med zajetjem dveh zaporednih slik majhen (v našem primeru 40 ms) in zato predpostavijo, da se pozicija igralcev med dvema zaporednima slikama ne bo bistveno spremenila. Ta predpostavka v večini primerov drži, vendar pa se pojavi vprašanje, kaj narediti v primerih, ko na primer določenega igralca ne najdemo na več zaporednih slikah (na primer zaradi prekrivanja igralcev). Tu se pokaže prednost uporabe Kalmanovega filtra, s katerim lahko na osnovi modela gibanja napovedujemo pozicije igralcev za več slik v prihodnost.

Pripisovanje določenega področja slike posameznemu igralcu je izvedeno na podlagi minimalne razlike med napovedano pozicijo igralca in težiščem posameznega področja na sliki. Tako pripišemo določeno področje igralcu v primeru, da je evklidska razdalja med pozicijo packe in napovedano pozicijo igralca minimalna glede na pozicije ostalih igralcev. V primeru, da je ta razdalja večja od določene maksimalne razdalje, pripišemo igralcu njegovo napovedano pozicijo.

Pri pripisovanju področij igralcem, je zelo pomembna tudi informacija o tem, ali so vsi igralci na igrišču vidni ali pa je mogoče pri posameznih igralcih prišlo do prekrivanja. V primeru, da v fazi preverjanja dotika med igralci ugotovimo, da je med dvema igralcema prišlo do trka in zato ne moremo določiti pozicije teh dveh igralcev na podlagi segmentacije slike, gibanje teh igralcev "simuliramo" s Kalmanovim filtrom in predpostavimo, da bo nova pozicija igralca kar enaka poziciji, pridobljeni na podlagi simulacije.

4.1.3 Določanje trkov med igralci

Trke med igralci zaznavamo tako, da vsakemu igralcu določimo okvir, ki določa njegove skrajne točke na sliki [21]. Na podlagi tega okvirja in poznavanja dinamike gibanja igralca lahko ugotovimo, ali bo prišlo na naslednji sliki do trka med igralci. Ta podatek moramo ustrezno upoštevati v fazi določanja pozicij igralcev.

4.1.4 Ocenjevanje in napovedovanje gibanja igralcev s Kalmanovim filtrom

Namen uporabe informacije o gibanju igralcev je izboljšati pravilnost sledenja igralcev v primerih, ko pride do trka med igralci. V teh primerih pride do zlitja dveh področij v eno samo in je od tega trenutka naprej nemogoče definirati natančno pozicijo posameznega igralca. Ko pride do ponovne razdružitve igralcev, je na podlagi segmentacije slike nemogoče ugotoviti, katero področje na uprakovljeni sliki razlike pripada kateremu igralcu. Za reševanje tega problema so bile uporabljene najrazličnejše metode. Perš [4] rešuje problem dotikov med igralci s pomočjo deljenja zlitega področja v dva dela. Vendar pa je ta metoda uspešna le v primerih kratkotrajnih dotikov med igralci in le v primerih, ko igralci med trkom bistveno ne spremenijo svoje pozicije. Namen uporabe Kalmanovega filtra je s pomočjo poznavanja dinamike gibanja izboljšati slednje igralcev tudi v primeru trkov. Prednost uporabe Kalmanovega filtra pred ostalimi linearnimi prediktorji je v tem, da so podatki (trenutna pozicija, hitrost in pospešek igralca), na podlagi katerih določamo prihodnje pozicijah igralca, filtrirani in zaradi tega precej natančnejši. Tako lahko, ob pravilni določitvi parametrov filtra, popolnoma odpravimo šum meritve, kar nam zagotavlja večjo natančnost prepoznavanja igralcev po trkih.

Zgradba Kalmanovega filtra nam poleg ocenjevanja trenutne pozicije igralca, ki jo lahko imenujemo tudi filtriranje pozicije, omogoča tudi napovedovanje pozicij igralca za poljubno sliko v prihodnosti. Tako lahko na podlagi poznavanja preteklega gibanja igralca in poznavanja njegove trenutne pozicije, določimo pozicijo igralca za poljuben trenutek v prihodnosti.

Ta informacija je zelo pomembna tako v fazi določanja kdaj bo prišlo do trkov med igralci, njena pomembnost pa se še posebej pokaže v postopku ločevanja igralcev po trkih. Kot bo pokazano v nadaljevanju, se število posredovanj operaterja, ki so potrebna zaradi zamenjave sledenega igralca, ob upoštevanju napovedanih pozicij bistveno zmanjša. Poleg tega pa dobimo z uporabo Kalmanovega filtra že filtrirane podatke, ki so bistveno manj pošumljeni od prvotnih meritev pozicij.

4.2 Preizkus delovanja sistema za sledenje

Da bi ugotovili, kako uporaba znanja o dinamiki gibanja vpliva na uspešnost sledenja in kako parametri Kalmanovega filtra vplivajo na njegovo delovanje, smo opravili vrsto eksperimentov, ki so opisani v tem poglavju.

Za pravilno napovedovanje prihodnjih pozicij objektov na sliki so predvsem pomembne trenutne ocene stanj sistema, te pa so odvisne od pravilne nastavitve parametrov Kalmanovega filtra. Kot bo pokazano v nadaljevanju, je le ob pravilni izbiri parametrov možno doseči dobre rezultate sledenja in filtriranja.

Preizkus sistema je razdeljen na tri dele. V prvem delu je bil raziskan vpliv parametrov filtra na delovanje sledilnika. V drugem delu je analizirana učinkovitost Kalmanovega filtra pri filtriranju pošumljenih meritev pozicije igralcev, na koncu pa je opravljen še najpomembnejši preizkus, v katerem je prikazana izboljšana kvaliteta sledenja ob uporabi podatkov o dinamiki gibanja, v primerih, ko pride do trkov med igralci.

4.2.1 Izbira posnetkov

Delovanje sledilnika smo proučevali na različnih posnetkih igre squah. Med zajemanjem različnih sekvenc posnetkov je bila kamera fiksno pritrjena na strop dvorane, kar nam je omogočilo uporabo metode segmentacije slike, opisane v poglavju 4.1.1. Interval zajema slik je bil konstanten in sicer 40 milisekund.

Ti posnetki so bili izbrani zaradi velikega števila kontaktov med igralci med igro, pa tudi zaradi števila igralcev na igrišču (samo dva igralca), kar nam omogoča boljši nadzor nad sledenjem in natančnejše ovrednotenje dobljenih rezultatov. Velika prednost teh posnetkov je tudi relativno enostavna segmentacija slike, saj se iskani objekti na sliki gibljejo na zelo omejenem področju in so precej veliki. Druga prednost uporabljenih posnetkov je zmožnost pridobitve zelo natančnih podatkov o pozicijah igralcev v primeru uporabe drugačnih pristopov sledenja, ki temeljijo na bolj kompleksnih algoritmih obdelave slike, kot so na primer metode sledenja na podlagi informacije o barvi igralcev.

4.2.2 Preizkus I: Analiza vpliva parametrov filtra na delovanje sledilnika

Namen tega preizkusa je ugotoviti, kako posamezne nastavitve parametrov Kalmanovega filtra vplivajo na delovanje filtra in posledično na delovanje celotnega sledilnika.

V poglavju o modeliranju gibanja smo ugotovili, da lahko šum meritve opredelimo kot posledico različnih dejavnikov. Temu primerno je bilo tudi dobljeno področje možnih nastavitve varianc šuma meritve po posameznih koordinatah.

S preizkusom smo želeli ugotoviti, kako se spreminja odzivnost filtra na spremembe v stanjih igralca v primeru, ko spreminjamo vrednosti kovariančne matrike šuma procesa ali šuma meritve in tako natančneje določiti vrednosti parametrov filtra. Ob natančnejši analizi kovariančnih matrik, podanih v poglavju 3., lahko ugotovimo, da so elementi matrike \mathbf{Q} (enačba 3.21) odvisni le od parametra σ_u , ki ga označimo z q , vrednosti diagonalnih elementov matrike \mathbf{R} pa bomo poenotili in jih označili s parametrom r .

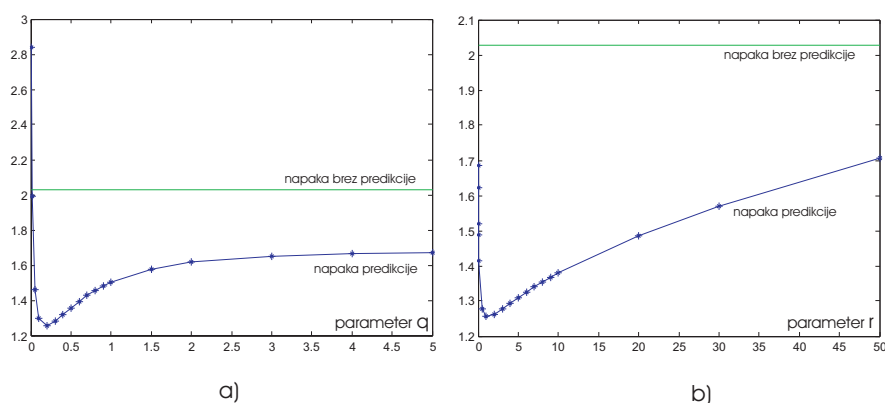
Izvedba preizkusa

Preizkus smo izvedli tako, da smo sledenje izvedli na posnetku fiksne dolžine 700 slik, pri različnih nastavitvah parametrov q in r , ki določata vrednosti kovariančni matriki šumov.

Najprej smo pri konstantni vrednosti parametra r spreminjali parameter q . Opazovali smo napako predikcije naslednje pozicije igralca, s katero lahko posredno ugotovimo, kako se filter odziva na različne parametre. Napako predikcije smo definirali kot evklidsko razdaljo med napovedano pozicijo, dobljeno iz Kalmanovega filtra in dejansko pozicijo igralca, ki je bila ocenjena s sledilnikom, ki uporablja algoritem Condensation [46]. Slika 4.3 (a) prikazuje spreminjanje kumulativne napake napovedi pozicije pri različnih vrednostih parametra q . Ugotovimo lahko, da je napaka napovedi najmanjša pri vrednosti parametra $q = 1.1$, kar približno ustreza našim teoretičnim rezultatom iz poglavja o modeliranju gibanja.

V drugem delu preizkusa smo pri konstantni vrednosti parametra q spreminjali vrednost variance šuma meritve r . Rezultat prikazuje slika 4.3 (b), kjer lahko ugotovimo, da je optimalna vrednost parametra $r = 1.45$.

Iz slike 4.3 je razvidna tudi vrednost napake določanja pozicije igralca na naslednji sliki v primeru, ko ne uporabimo predikcije ampak prevzamemo, da je nova pozicija igralca kar enaka predhodni poziciji. Ugotovimo lahko, da je



Slika 4.3: Napaka napovedovanja naslednje pozicije igralca: (a) Napaka napovedovanja pozicije za različne izbire parametra q . (b) Napaka napovedovanja pozicije za različne izbire parametra r . Zelena (vodoravna črta) prikazuje napako pozicije v primeru brez predikcije

smiselno uporabiti predikcijo tudi v primeru slabe izbire parametrov filtra, saj je tudi zelo slaba napoved o gibanju igralca še vedno boljša, kot če te informacije nimamo.

4.2.3 Preizkus II: Uspešnost filtriranja meritev s Kalmanovim filtrom

Namen tega preizkusa je ugotoviti, v kolikšni meri lahko z uporabo Kalmanovega filtra filtriramo pošumljene pozicije, dobljene s postopkom segmentacije slike.

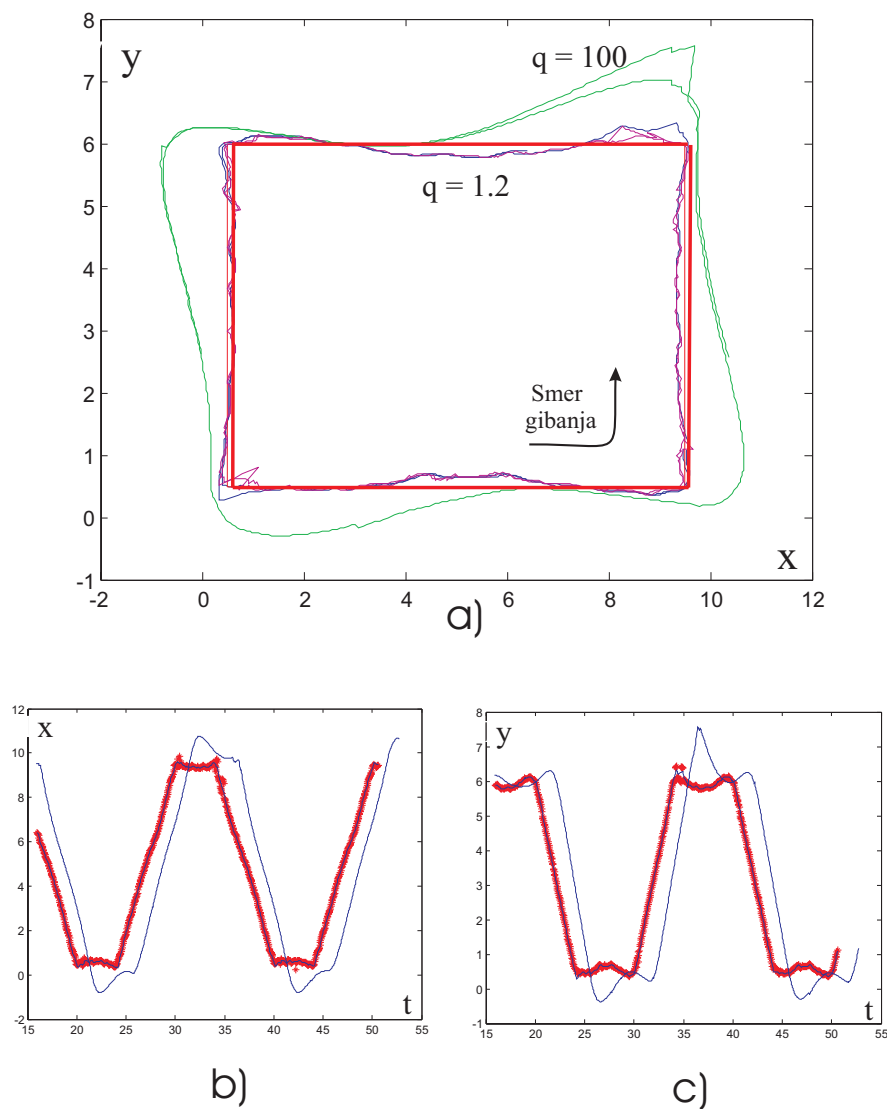
Izvedba preizkusa

Pri tem preizkusu je igralec hodil s konstantno hitrostjo po vnaprej zarisanem pravokotniku na igralni površini. Namen preizkusa je ugotoviti, kako vpliva filtriranje meritev na sledenje igralca pri hitrih spremembah smeri gibanja. Slika 4.4 prikazuje učinek filtriranja meritev pri dveh različnih nastavitvah šuma meritve q , in sicer pri normalnem filtriranju ($q=1.2$) in pri premočnem filtriranju ($q = 100$). Rdeča (debelejša) črta predstavlja dejanski položaj gibaja igralca, tanjši dve črti pa predstavljata filtrirano gibanje igralca pri obeh nastavitvah filtra.

Iz slik (b) in (c) je razvidno, da je v primeru močnega filtriranja trajektorija gibanja igralca gladka, vendar pride zaradi filtriranja do precejšnjih "prenihajev" pri spremembi smeri gibanja igralca. Prav tako lahko opazimo, da

pride zaradi vztrajnosti filtra do precejšnjega časovnega zamika med izmerjeno (tanka črta) in dejansko pozicijo igralca (debelejša črta).

V primeru normalnega filtriranja ($q = 1.2$), je trajektorija igralca precej bolj neravna, vendar pa v tem primeru filtrirane meritve bolj usrezajo dejanskemu gibanju igralca.

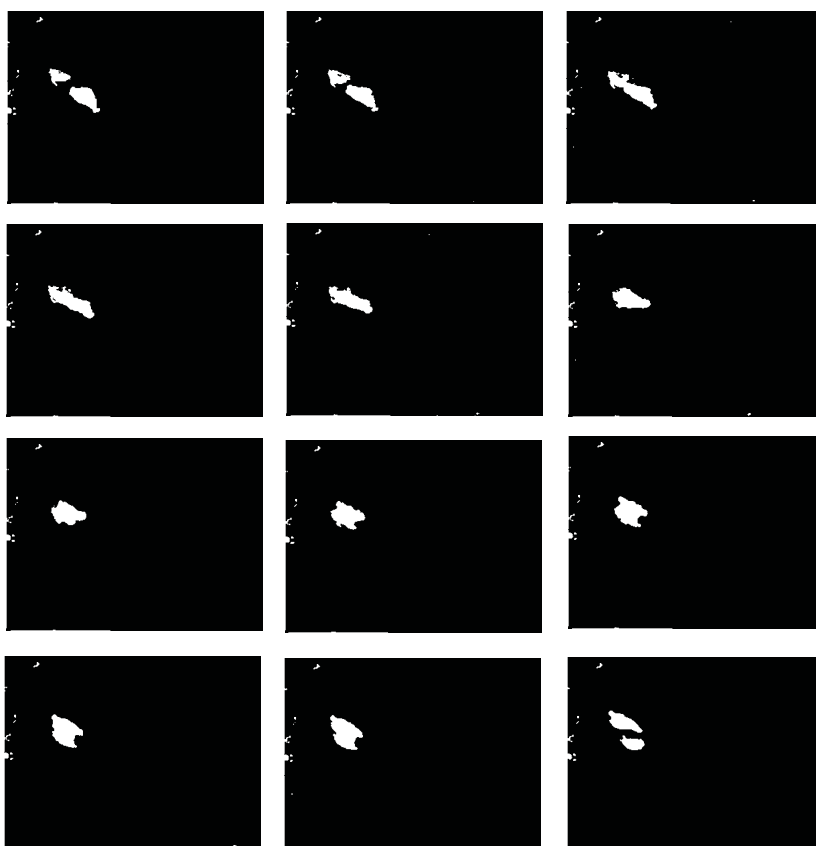


Slika 4.4: Filtriranje izmerjenih meritev pozicije: (a) Prikaz filtriranih pozicij v ravnini (x,y) pri dveh različnih nastavitvah filtra. (b), (c) Prikaz učinka filtriranja po časovni osi.

Kot je razvidno iz rezultatov, je potreben kompromis med filtriranjem meritev in odzivnostjo sistema na spremembe v smeri in/ali hitrosti gibanja igralca. Cilj uporabe Kalmanovega filtra je čim boljša ocenitev dinamike gibanja igralca, kar posledično pomeni, da mora biti filtriranje pošumljenih meritev manj izrazito.

4.2.4 Preizkus III: Ovrednotenje natančnosti sledenja

Namen preskusa za ovrednotenje natančnosti sledenja igralcev je bil ugotoviti, v kolikšni meri prispeva uporaba informacije o dinamiki objektov k pravilnejšemu razpoznavanju igralcev, v primerih, ko pride do trkov med igralci. Slika 4.5 prikazuje sekvenco upragovljenih slik razlike pred, med in po dotiku dveh igralcev. Iz zaporedja lahko ugotovimo, da je na podlagi posamezne slike praktično nemogoče razločiti igralce med seboj. Tako po trku, brez informacije o gibanju igralcev, ne moremo razločiti med igralcema.



Slika 4.5: Zaporedje upragovljenih slik razlike pred, med in po dotiku dveh igralcev.

Izvedba preizkusa

Sledilnik je bil preizkušan na petih različnih posnetkih tekem squasha na dva različna načina: z uporabo vedenja o gibanju igralca in brez uporabe tega vedenja.

V prvem primeru je bila pri določanju pozicij igralcev in razreševanju trkov med njima uporabljena predikcija o gibanju igralcev, ki smo jo dobili z uporabo Kalmanovega filtra. Pri tem smo uporabili stohastični model gibanja igralcev, ki je opisan v poglavju o modeliranju gibanja. Ta model temelji na predpostavki, da se igralec med zaporednimi meritvami pozicije giblje s konstantno hitrostjo in ne spreminja smeri gibanja. Ta predpostavka je posledica značilnosti igre squash, kjer igralec teži k temu, da bi čim hitreje dosegel mesto udarca žogice, kar pomeni, da se bo gibal v čim bolj ravni liniji. Spremembe v hitrosti in smeri gibanja igralca pa se v oceno stanja gibanja vključujejo prek upoštevanja izmerjene meritve pozicije igralca na vsaki posamezni sliki.

V drugem primeru smo sledenje ponovili brez poznavanja informacije o gibanju igralca. V tem primeru smo pri določanju pozicij igralcev predpostavili, da se pozicija igralca med posameznimi zaporednimi slikami ne spreminja.

Med preizkusom smo merili, kolikokrat pride med tekmo do stika med igralci ter v koliko primerih mora operater posredovati pri sledenju zaradi napačne razpoznavne igralcev potem, ko se ti več ne dotikajo.

Tabela 4.1: Pravilnost razpoznavanja igralcev

	Dolžina posnetka	Št. kontaktov med igralcema	Število posredovanj operaterja		Odstotek uspešnih razpoznav	
			brez K.F.	s K.F.	brez K.F.	s K.F.
Posnetek 1	17589	201	96	29	52.2	85.6
Posnetek 2	12704	154	63	16	59.1	89.6
Posnetek 3	8418	115	38	14	67.0	87.8
Posnetek 4	7512	85	44	9	48.2	88.4
Posnetek 5	9558	79	64	16	19.0	83.5
Skupaj		634	305	81	51.9	87.2

Kot je razvidno iz tabele 4.1, je odstotek pravilno razrešenih dotikov v primeru uporabe vedenja o gibanju igralcev bistveno višji kot pa v primeru, ko tega vedenja ne uporabimo.

Prav tako lahko ugotovimo, da tudi ob upoštevanju dinamike gibanja ne moremo razrešiti vseh dotikov med igralci. Ta ugotovitev je posledica dejstva, da model gibanja temelji na predpostavki, da se bo igralec med dotikom gibal v isti smeri in s približno konstantno hitrostjo. Tako pride do napak pri razpoznavanju v primerih, ko igralca med dotikom bistveno spremenita smer gibanja. Prav tako

pa pride do napak pri izredno hitrih spremembah smeri gibanja igralca, ko se filter ne uspe dovolj hitro prilagoditi na spremembe v gibanju.

4.2.5 Povzetek rezultatov preizkusov

Zaključimo lahko, da je možno z uporabo Kalmanovega filtra bistveno izboljšati razreševanje dotikov in prekrivanja med igralci in na ta način bistveno izboljšati kvaliteto sledenja, vendar pa problema dotikov med igralci ne moremo v celoti odpraviti.

Za dobro napovedovanje prihodnjih pozicij igralcev mora biti prilagajanje Kalmanovega filtra spremembam v gibanju igralca precej hitro, to pa posledično pomeni, da bo filtriranje meritev pozicij precej manj izrazito. Kljub temu pa lahko z uporabo filtra nekoliko filtriramo pošumljene meritve pozicije igralcev in s tem dodatno izboljšamo kvaliteto izmerjenih podatkov.

Delovanje sistema je odvisno od pravilne nastavitve parametrov Kalmanovega filtra. Preizkus I: ”*Analiza vpliva parametrov filtra na delovanje filtra*” je pokazal, da dobimo dobre rezultate le ob pravilni nastavitvi teh parametrov. Prav tako je pomembna ugotovitev, da se izbira parametrov ne spreminja v primeru, da sledimo različnim igralcem z različnimi načini igranja in različnimi fizikalnimi predispozicijami.

5. Zaključek

V diplomskem delu je predstavljena uporaba Kalmanovega filtra pri sledenju ljudi v športnih igrah. Predstavljen sistem za sledenje je nadgradnja klasičnih sistemov in temelji na poznavanju dinamike gibanja ljudi. Njegov osrednji del predstavlja Kalmanov filter, s katerim lahko na optimalen način ocenimo dinamiko gibanja igralca. Na podlagi te dinamike lahko napovedujemo trke med igralci, ter prihodnje pozicije igralcev, ki so ključnega pomena pri razreševanju trkov in dotikov med igralci.

V prvem delu je prikazana izpeljava časovno diskretnega Kalmanovega filtra, s pomočjo katerega lahko na rekurziven način ocenimo trenutno stanje linearnega dinamičnega sistema na podlagi meritev, ki so linerano povezane s stanji in so motene z Gaussovimi belimi šumom.

V namene ocenjevanja stanj dinamičnega sistema, opišemo sistem z *vektorjem stanj*, *stohastično diferencialno enačbo prehajanja stanj*, ki opisuje soodvisnosti stanj med posameznimi časovnimi trenutki in *izhodno enačbo sistema*, ki opisuje povezanost stanj z izhodi. V obeh enačbah nastopata naključna procesa, katerih natančen časovni potek ni poznan, lahko pa določimo njuno porazdelitev, ki jo opišemo v obliki kovariančnih matrik.

V našem primeru predstavlja dinamični sistem človek, katerega dinamično obnašanje je zelo kompleksno in raznoliko in ga je zato praktično nemogoče opisati s fizikalnimi zakonitostmi, ali pa so dobljeni modeli zelo kompleksni in veljajo v zelo specifičnih okoliščinah in so zato za splošne namene neuporabni. Kalmanov filter nam omogoča modeliranje zelo preprostih modelov gibanja, istočasno pa nam omogoča upoštevanje napake, ki smo jo naredili ob uporabi teh modelov. Tako smo pri modeliranju dinamičnega obnašanja človeka predpostavili, da se njegov pospešek in smer gibanja med dvema zaporednima meritvama ne spreminjata. Ta predpostavka za gibanje človeka, še posebej pa za gibanje športnikov, ne velja, vendar pa lahko spremembe pospeška vpeljemo v sistem preko šuma procesa in na ta način upoštevamo napako, ki smo jo naredili z uporabo tako preprostega modela.

Rezultati preizkusov so pokazali, da lahko z uporabo Kalmanovega filtra uspešno ocenimo dinamiko gibanja igralcev in napovedujemo prihodnje pozicije

igralcev ter tako razrešujemo najrazličnejše pomankljivosti sledilnikov, ki informacije o dinamiki igralcev ne upoštevajo, kot so na primer zamenjave igralcev v primeru dotikov ali trkov. To posledično pomeni večjo avtonomnost sledilnega sistema in manjše število posredovanj operaterja, ki so potrebna zaradi napačnega razpoznavanja igralcev. Prav tako pa Kalmanov filter uporabljamo za filtriranje pošumljenih meritev pozicij igralcev in s tem še dodatno pripomoremo h kvaliteti podatkov, ki jih dobimo na podlagi sledenja.

5.1 Smernice za nadaljnji razvoj

Možne smeri nadaljnjega razvoja gre iskati predvsem v uporabi adaptivnih parametrov, ki nastopajo v Kalmanovem filtru.

Človeško gibanje vsebuje bogato dinamično obnašanje, katerega spreminjanje je precej nepredvidljivo. V našem primeru skušamo to obnašanje oceniti z enim samim linearnim, časovno nespremenljivim modelom gibanja, prav gotovo pa bi se dalo dobljene rezultate izboljšati z uporabo različnih modelov gibanja ali modelov, katerih parametri bi se s časom spreminjali.

Ena od možnih rešitev tega problema je uporaba večjega števila medsebojno povezanih Kalmanovih filtrov, ki za ocenjevanje uporabljajo različne modele gibanja (ang. Interacting Multiple model) [47, 48, 41]. Glavna značilnost tega pristopa je zmožnost ocenjevanja stanj dinamičnega modela, ki vsebuje različne načine obnašanja, na podlagi preklapljanja med filtri.

Druga možnost razvoja je uporaba adaptivnih kovariančnih matrik šuma, kjer bi se v vsakem koraku elementi matrike adaptirali glede na dinamiko gibanja objekta, na primer njegovo hitrost.

Dodatek A

Minimizacija kovariance napake ocene

Določiti želimo Kalmanovo matriko ojačenja \mathbf{K}_k , ki bo minimizirala sled (ang. trace) kovariančne matrice \mathbf{P}_k^- , ki je podana z izrazom (A.1). Podrobnejša izpeljava je prikazana v [38] in [49].

$$\mathbf{P} = (\mathbf{I} - \mathbf{KH})\mathbf{S}(\mathbf{I} - \mathbf{KH})^T + \mathbf{KRK}^T. \quad (\text{A.1})$$

Kot lahko vidimo, je enačba (A.1) enaka enačbi (2.21), le da smo v tem primeru zapisali \mathbf{P}_k^- z \mathbf{S} , poleg tega pa odstranili vse časovne indekse. To smo naredili zgolj zaradi preprostejšega zapisovanja enačb in ne vpliva na končni rezultat. Povejmo, da so matrice \mathbf{P} , \mathbf{S} in \mathbf{R} kovariančne matrice, kar pomeni, da so simetrične in pozitivno definitne. Izraz za \mathbf{P} lahko naprej razširimo na

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \mathbf{S} + \mathbf{K}(\mathbf{HSH} + \mathbf{R})\mathbf{K}^T - \mathbf{KHS} - (\mathbf{KHS})^T \\ &= \mathbf{S} + \mathbf{KCK}^T - \mathbf{KB} - (\mathbf{KB})^T, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

kjer sta v zadnjem izrazu matriki \mathbf{B} in \mathbf{C} definirani kot $\mathbf{B} = \mathbf{HS}$ in $\mathbf{C} = \mathbf{HSH}^T + \mathbf{R}$. Sled kvadratne matrice je definirana kot vsota elementov glavne diagonale. Ker je sled matrice linearni operator in ob upoštevanju dejstva, da sta sledi originalne in transponirane matrice enaki, lahko zapišemo sled matrice \mathbf{P} v naslednji obliki:

$$\text{Tr}[\mathbf{P}] = \text{Tr}[\mathbf{S}] + \text{Tr}[\mathbf{KCK}^T] - 2 \cdot \text{Tr}[\mathbf{KB}]. \quad (\text{A.3})$$

Sled matrice je skalar, zato lahko določimo odvod sledi kvadratne matrice \mathbf{S} glede na neko drugo matriko \mathbf{K} kot $I \times J$ dimenzionalno matriko, katere elementi so podani z izrazom:

$$\frac{\partial \text{Tr}[\mathbf{S}]}{\partial \mathbf{K}} = \frac{\partial \text{Tr}[\mathbf{S}]}{\partial K_{ij}} \quad \text{za } i = 1:I \text{ in } j = 1:J. \quad (\text{A.4})$$

Ob uporabi te definicije je enostavno pokazati, da je

$$\frac{\partial Tr[\mathbf{KB}]}{\partial \mathbf{K}} = \mathbf{B}^T \quad (\text{A.5})$$

in

$$\frac{\partial Tr[\mathbf{KCK}^T]}{\partial \mathbf{K}} = \mathbf{K}(\mathbf{C} + \mathbf{C}^T). \quad (\text{A.6})$$

Dokaz: Če hočemo dokazati zadnji dve trditvi, preprosto razširimo sled matrike glede na njene elemente in jo odvajamo po posameznih elementih matrike \mathbf{K} :

$$\frac{\partial Tr[\mathbf{KB}]}{\partial K_{ku}} = \frac{\partial}{\partial K_{uv}} \left(\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J K_{ij} B_{ji} \right) = B_{vu} = B_{uv}^T$$

in

$$\begin{aligned} \frac{\partial Tr[\mathbf{KCK}^T]}{\partial K_{ku}} &= \frac{\partial}{\partial K_{uv}} \left(\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^J K_{ij} C_{jk} K_{ki}^T \right) \\ &= \sum_{k=1}^J C_{vk} K_{ku}^T + \sum_{j=1}^J K_{uj} C_{jv} \\ &= \sum_{j=1}^J (C_{vj} K_{uj} + K_{uj} C_{jv}) \\ &= \sum_{j=1}^J K_{uj} (C_{jv}^T + C_{jv}). \end{aligned}$$

Če rezultate zberemo v matrični obliki, lahko hitro dobimo relaciji (A.6) in (A.7). Ob uporabi teh dveh enačb pri odvajanju matrike \mathbf{P} glede na \mathbf{K} in upoštevanju, da mora biti prvi odvod enak nič, če hočemo, da bo sled matrike \mathbf{P} minimalna, lahko zapišemo

$$\frac{\partial Tr[\mathbf{P}]}{\partial \mathbf{K}} = \mathbf{K}(\mathbf{C} + \mathbf{C}^T) - 2\mathbf{B}^T = 0. \quad (\text{A.7})$$

Od tod sledi, da mora biti $\mathbf{K}(\mathbf{C} + \mathbf{C}^T) = 2\mathbf{B}$. Ker je \mathbf{C} simetrična matrika ($\mathbf{C} = \mathbf{C}^T$) se nam zadnji izraz poenostavi v $\mathbf{KC} = \mathbf{B}$ in tako lahko podamo Kalamanovo matriko ojačenja \mathbf{K} , ki minimizira sled kovariančne matrike \mathbf{P} , kot:

$$\mathbf{K} = \mathbf{B}^T \mathbf{C}^{-1} = \mathbf{S}^T \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{S} \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} = \mathbf{S} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{S} \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1}. \quad (\text{A.8})$$

Zadnja enakost sledi iz dejstva, da je matrika \mathbf{S} simetrična. Da matrika \mathbf{K} res minimizira sled matrike \mathbf{P} , se lahko prepričamo z drugim odvodom matrike \mathbf{P} , katere rezultat je $2\mathbf{C}$. Glede na to, da je vrednost te matrike vedno pozitivna, lahko ugotovimo, da matrika \mathbf{K} minimizira sled matrike \mathbf{P} .

Če sedaj novo definicijo matrike \mathbf{K} vstavimo v prvotno enačbo za \mathbf{P} (enačba A.1), lahko minimizirano kovariančno matriko zapišemo v naslednji obliki:

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K} \mathbf{H}) \mathbf{S} (\mathbf{I} - \mathbf{K} \mathbf{H})^T + \mathbf{K} \mathbf{R} \mathbf{K}^T \\ &= \mathbf{S} - \mathbf{K} \mathbf{H} \mathbf{S} - \mathbf{S} \mathbf{H}^T \mathbf{K}^T + \mathbf{K} \mathbf{H} \mathbf{S} \mathbf{H}^T \mathbf{K}^T + \mathbf{K} \mathbf{R} \mathbf{K}^T \\ &= \mathbf{S} - \mathbf{K} \mathbf{H} \mathbf{S} - \mathbf{S} \mathbf{H}^T \mathbf{K}^T + \mathbf{K} (\mathbf{H} \mathbf{S} \mathbf{H}^T + \mathbf{R}) \mathbf{K}^T \\ &= \mathbf{S} - \mathbf{K} \mathbf{H} \mathbf{S} - \mathbf{S} \mathbf{H}^T \mathbf{K}^T + \mathbf{S} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{S} \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} (\mathbf{H} \mathbf{S} \mathbf{H}^T + \mathbf{R}) \mathbf{K}^T \\ &= \mathbf{S} - \mathbf{K} \mathbf{H} \mathbf{S} - \mathbf{S} \mathbf{H}^T \mathbf{K}^T + \mathbf{S} \mathbf{H}^T \mathbf{K}^T \\ &= \mathbf{S} - \mathbf{K} \mathbf{H} \mathbf{S}, \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

kjer matrika \mathbf{S} predstavlja kovarianco napake predikcije ocene \mathbf{P}_k^- . Tako lahko sedaj napišemo končno obliko Kalmanovega ojačenja \mathbf{K}_k ob času t_k kot

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (\text{A.10})$$

ter minimizirano obliko kovariančne matrike napake ocene kot:

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^-. \quad (\text{A.11})$$

Izjava

Izjavljam, da sem diplomsko delo izdelal samostojno pod vodstvom mentorja prof. dr. Stanislava Kovačiča. Izkazano pomoč drugih sodelavcev sem v celoti navedel v zahvali.

V Ljubljani, 6. september 2004

Matej Perše

Literatura

- [1] D.M. Gavrilu. The visual analysis of human movement: A survey. *Computer Vision and Image Understanding Systems*, pages 82–98, June 1999.
- [2] G.R. Bradski. Computer vision face tracking for use in a perceptual user interface. Microcomputer Research Lab, Santa Clara, CA, Intel Corporation, 98.
- [3] I Laptev and T. Lindeberg. Tracking of multi-state hand models using particle filtering and a hierarchy of multi-scale image features. *Technical report CVAP245, Department of Numerical Analysis and Computer Science, KTH (Royal Institute of Technology), Stockholm, Sweden*, September 2000.
- [4] J. Perš and S. Kovačič. Sledenje ljudi z metodami računalniškega vida. Master’s thesis, Univerza v Ljubljani, Fakultata za elektrotehniko, 2001.
- [5] J. Perš and S. Kovačič. Tracking people in sport: Making use of partially controlled environment. *Computer Analysis of Images and Patterns*, pages 374–382, 2001.
- [6] S. Intille and A. A. Bobick. Visual tracking using closed-worlds. *Technical report, MIT Media Laboratory*, 1995.
- [7] G. Jaffre and A. Cruzil. Non-rigid object localization from color model using mean shift. *International Conference on Image Processing (ICIP 2003, Barcelona, Spain, 2*, September 2003.
- [8] C. J. Needham and Boyle R.D. Tracking multiple sports players through occlusion, congestion and scale. *BMVC01*, September 2001.
- [9] G. Johansson. Visual perception of biological motion and a model for its analysis. *Perception Psychophys*, 14(2):201–211, 1973.
- [10] W. Niu, J. Long, D. Han, and Y.F. Wang. Human activity detection and recognition for video surveillance. *IEEE Multimedia and Expo Conference, Taipei, Taiwan*, 2004.

-
- [11] L.M. Fuentes and S.A. Velastin. People tracking in surveillance applications. In *Proceeding 2nd IEEE Int. Workshop on PETS*, December 2001.
- [12] S.R. Musse, D. Thalmann, and J. Morphet. Motion control of crowds. *WP 5 – Task 5.3*, July 199.
- [13] T. Calvert and A. Chapman. *Analysis and synthesis of human movement*. Number 432–474. Handbook of Pattern Recognition and Image Processing: Computer Vision, Academic Press, San Diego, 1994.
- [14] L. Wang, W. Hu, and T. Tan. Recent developments in human motion analysis. *Pattern Recognition*, 36(3):585–601, 2003.
- [15] J.K. Aggarwal and Q. Cai. Human motion analysis: A review. *Pattern Recognition Letters archive*, 24:315 – 325, 2003.
- [16] T. Moesland. Computer vision-based human motion capture - a survey. *Computer Vision and Image Understanding Pages =*.
- [17] A. Elgammal, D. Harwood, and L. Davis. Nonparametric background model for background subtraction. *roc. of the Sixth European Conference on Computer Vision*, 2000.
- [18] Y. Kameda and M. Minoh. A human motion estimation using 3-successive frames. *VSMM*, 1996.
- [19] J. Wang, G. Lorette, and B. Bouthemy. Motion analysis with detection of of sub-part deformations. *SPIE - Biomedical Image Processing and Three Dimentional Microscopy*, 1992.
- [20] T. Darrell, P. Maes, B. Blumberg, and Pentland. A. A novel environment for situated vision and behavior. *Workshop On Visual Behaviors at CVPR-94*, 1994.
- [21] R. Rosales and S. Sclaroff. A framework for heading-guided recognition of human activity. *Computer Vision and Image Understanding*, pages 335–367, June 2003.
- [22] Y. Li, S. Ma, and H. Lu. Human posture recognition using multi-scale morphological method and kalman motion estimation. *14th International Conference on Pattern Recognition-Volume 1*, 1998.
- [23] A. G. Bharatkumar, K. E. Daigle, M. G. Pandy, Q. Cai, and J. K. Aggarwal. Lower limb kinematics of human walking with the medial axis transformation. In *IEEE Workshop on Non-Rigid Motion*.

-
- [24] G. Welch and G. Bishop. An introduction to the kalman filter. Technical Report 95-041, University of North Carolina at Chapel Hill, Department of Computer Science, 2002.
- [25] M. Isard and A. Blake. Condensation – conditional density propagation for visual tracking. *International Journal of Computer Vision* 29(1), pages 5–28, 1998.
- [26] V. Pavlovic, J. M. Rehg, T.J. Cham, and K.P. Murphy. Dynamic bayesian network approach to figure tracking using learned dynamic models. *ICCV*, pages 94–101, 1994.
- [27] O. Chomat and J.L. Crowley. Recognizing motion using local appearance. *Internacional Simposium on Intelligent Robotic Systems*, 1998.
- [28] I. Lesjak. Sledenje in analiza vizualne informacije na posnetkih športnih dogodkov. Master's thesis, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za računalništvo in informatiko, 2001.
- [29] M. Bon, Perš J., M. Šibila, and S. Kovačič. *Analiza gibanja igralcev med tekmo*. Fakulteta za šport Univerze v Ljubljani, 2002.
- [30] M. Jug, J. Perš, B. Dežman, and S. Kovačič. Trajectory based assessment of coordinated human activity. *Computer Vision Systems, Proceedings of Third International Conference ICVS 2003, Graz, Austria, (Lecture Notes in Computer Science, vol.2626)*, pages 534–543, April 2003.
- [31] G. Vučkovič. Merske značilnosti in uporabnost sistema za sledenje gibanj igralcev na squash tekmah. Master's thesis, Fakulteta za šport Univerze v Ljubljani, 2002.
- [32] J. Perš, Vučkovič G., S. Kovačič, and B. Dežman. A low-cost real-time tracker of live sport events. *ISPA 2001: Proceedings of the 2nd international symposium on image and signal processing and analysis in conjunction with 23rd int'l conference on information technology interfaces, Pula*, pages 362–365, June 19-21,2003.
- [33] J. Perš, M. Bon, S. Kovačič, M. Šibila, , and B. Dežman. Observation and analysis of large-scale human motion. *Human Movement Science*, 21(2):295–311, July 2002.
- [34] R.E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering*, 82(Series D):35–45, 1960.

-
- [35] E. Brookner. *Tracking and Kalman Filtering Made Easy*. John Wiley & Sons, Inc., 605 Third Avenue, New York, NY, 1998.
- [36] C.K. Chui and G. Chen. *Kalman filtering with Real-Time Applications*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 3rd edition, 1999.
- [37] K.M. Nickels. *Model based tracking of articulated objects*. PhD thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1998.
- [38] O. Frank. Multiple target tracking. Master's thesis, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich (ETH), 2003.
- [39] D. Koller, J. Weber, and J. Malik. Robust multiple car tracking with occlusion reasoning. In *ECCV (1)*, pages 189–196, 1994.
- [40] P.S. Maybeck. *Stochastic models, estimation, and control, Volume 1*. Academic Press, 1979.
- [41] R. Karlsson. Simulation based methods for target tracking. Master's thesis, Linköpings university, Sweden.
- [42] R.G. Brown and P.Y.C. Hwang. *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering: with MATLAB exercises and solutions*. John Wiley & Sons, Inc., Electrical Engineering Department, Iowa State University, 3rd edition, 1997.
- [43] K. Grešak. Analiza športnih iger z računalniškim vidom. diplomska naloga, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za računalništvo in informatiko, Ljubljana, Slovenija, 1999.
- [44] M. Kristan. Sledenje objektov v robotskem nogometu. diplomska naloga, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za Elektrotehniko, Ljubljana, Slovenija, 2003.
- [45] R. Jain, R. Kasturi, and B.G. Schunck. *Machine vision*. McGraw – Hill, Inc., New York, 1995.
- [46] M. Kristan, M. Perše, J. Perš, and S. Kovačič. Implementacija condensation algoritma v domeni zaprtega sveta. In *ERK'04*.
- [47] J.K. Bradshaw, I.D. Reid, and Murray D.W. The active recovery of 3d motion trajectories and their use in prediction. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(3):219–234, March 1997.
- [48] L.A. Johnston and V. Krishnamurthy. An improvement to the interacting multiple model (imm) algorithm. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 49:2909–2923, December 2001.

-
- [49] E.V. Stansfield. Introduction to kalman filter. Technical report, Thales Research Ltd., March 2001.
- [50] M.S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, and T. Clapp. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-gaussian bayesian tracking. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50, February 2002.
- [51] F. Dellaert, D. Pomerleau, and C. Thorpe. Model-based car tracking integrated with a road-follower.
- [52] M.S. Grewal and A.P. Andrews. *Kalman Filtering: Theory and Practise Using MATLAB*. John Wiley & Sons, Inc., California State University, Fullerton, 2nd edition, 2001.
- [53] R.R. Haralick and L.G. Shapiro. *Glossary of computer vision terms*. 1991.
- [54] S. Haykin. *Kalman Filtering and Neural Networks*. John Wiley & Sons, Inc., Communications Research Laboratory, McMaster University, Hamilton, Ontario, Canada, 2001.
- [55] J. Lou, H. Yang, W. Hu, and T. Tan. Visual vehicle tracking using an improved ekf. In *The 5th Asian Conference on Computer Vision*, January 2002.
- [56] D. Matko. *Računalniško vodenje procesov*. 1. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko in računalništvo, 1995.
- [57] R. Rigoll, S. Eickeler, and K. Yalcin. Performance of the duisburg statistical object tracker on test data for pets2000. *PETS200 Workshop, Gerhard-Mercator-University Duisburg, Faculty of Electrical Engineering – Department of Computer Science*, 2000.